

18. 地下水流動場における熱応答試験時の熱移動解析

○上原健人（信州大院）・富樫聡（信州大院・八千代エンジニアリング）
藤縄克之（信州大工）

1. はじめに

地下に普遍的に存在する熱エネルギーを直接利用する技術の1つに地下熱を用いた冷暖房システム¹⁾がある。地下熱ヒートポンプ（GSHP）システムの導入時には初期費用の削減や効率的な運転に資するため、熱応答試験（Thermal Response Test; TRT）²⁾を実施し、地盤の熱伝導率や体積熱容量などの熱交換特性を評価することが推奨されている。TRTの解析には一般にケルビンの線源理論が適用されることが多いが、この理論は熱移動が熱伝導のみに支配されることを前提としているため、地下水流動による影響を考慮する必要性が認識されている。ちなみに、図-1は、異なる流速で行ったTRT室内実験の結果（左）³⁾と地下水流動状況の異なる原位置TRTの結果（右）を示したものである。左図を見ると、地下水流速が大きくなると、試験後半の温度変化が緩慢になることがわかる。一方、右図でも地下水流速が大きなサイトでは、試験後半に温度変化が小さくなることがわかる。このように、地下水流動があるサイトではTRTは移流や熱分散の影響を受けるため、ケルビンの線源理論では熱応答試験の結果が正確に解析できない。

そこで本研究では、移流・分散現象を考慮した解析解を開発し、順解析コードを用いて得られた計算結果を可視化して地盤における熱移動の「見える化」を図るとともに、移流・分散現象が地盤中の熱移動に与える影響について検討する。また、地下水流動場での熱移動と物質移動の解析解を用いて、両者の相違について考察する。

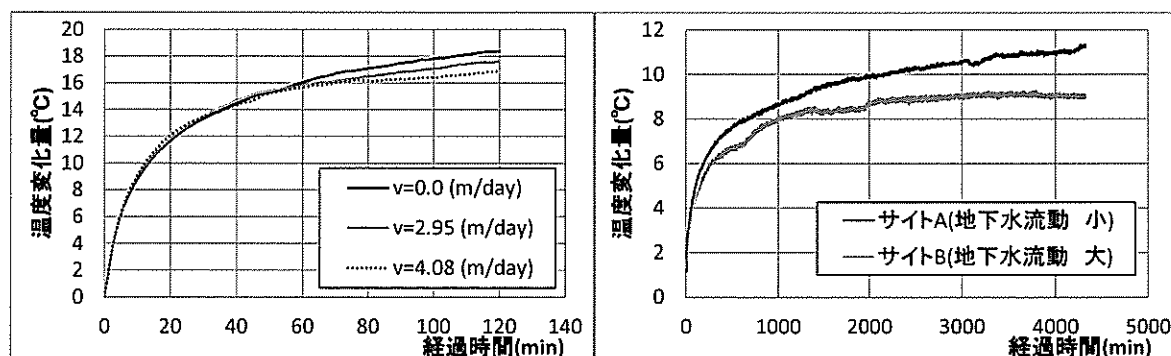


図-1 地下水流動による温度変化量の違い（左：室内実験結果，右：原位置 TRT 結果）

2. 地下水流動場における熱移動および物質移動理論

2. 1. 移流・分散を考慮した熱移動の解析解

飽和・不飽和多孔体中における熱移動は、熱伝導、熱分散、熱対流といった現象に左右される。いま、飽和・不飽和多孔体中における熱移動において固相・液相・気相の温度が平衡状態にあるものとする、飽和多孔体中の熱移動基礎方程式は分散項と移流項を含む次の移流分散方程式により表される（藤縄，2010）⁴⁾。

$$\nabla \cdot (\lambda_h \nabla T) - n(\rho c)_w \mathbf{v} \cdot \nabla T = (\rho c)_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

ここに、 T は温度(°C)、 $(\rho c)_e$ は固相・水相・気相混合系の体積熱容量(J/m³/K)、 $(\rho c)_w$ は水相の体積熱容量(J/m³/K)、 \mathbf{v} は間隙流速ベクトル(m/s)、 n は間隙率(-)、 λ_h は熱分散係数(W/m/K)

で、等方性媒体においては4階のテンソル α_{ijkl} を用いて次式で与えられる。

$$\lambda_{hij} = (\rho c)_e \alpha_{ijkl} \frac{|v_k||v_m|}{|v|} + \lambda_e \quad (2)$$

$$\alpha_{ijkl} = \alpha_T \delta_{ij} \delta_{km} + \frac{\alpha_L - \alpha_T}{2} (\delta_{ik} \delta_{jm} + \delta_{im} \delta_{jk}) \quad (3)$$

ここに、 λ_e は固相・水相・気相混合系の等価熱伝導率(W/m/K)、 α_L (m)および α_T (m)は縦および横分散長、 δ_{ij} などはクロネッカーのデルタ、 v_k の k などは座標の方向である。いま、 x 軸方向に地下水流動がある水平2次元流動場を考え、(1)式の両辺を $(\rho c)_e$ で割ると、飽和多孔体における熱移動方程式は次式で与えられる。

$$\kappa_L \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \kappa_T \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \bar{v} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

$$\kappa_L = \frac{\lambda_L}{(\rho c)_e} = \alpha_L v + \frac{\lambda_e}{(\rho c)_e}, \quad \kappa_T = \frac{\lambda_T}{(\rho c)_e} = \alpha_T v + \frac{\lambda_e}{(\rho c)_e}, \quad \bar{v} = \frac{n(\rho c)_w}{(\rho c)_e} v$$

$$\text{初期条件: } \lim_{|t| \rightarrow 0} \Delta T(x, y, t) = 0$$

$$\text{境界条件: } \lim_{|x| \rightarrow \infty} \Delta T(x, y, t) = 0$$

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} \Delta T(x, y, t) = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(x', y', t) dx' dy' = \frac{q_H}{(\rho c)_e}$$

ここに、 λ_L は縦熱分散係数(W/m/K)、 λ_T は横熱分散係数(W/m/K)である。 x 軸方向に間隙流速 v で地下水が流動している2次元流動場において、原点で熱量 q_H が瞬間的に注入された場合、温度差 ΔT は次式で与えられる⁵⁾。

$$(\rho c)_e \Delta T(x, y, t) = \frac{q_H}{4\pi \sqrt{\kappa_L \kappa_T}} \exp\left\{-\frac{(x - \bar{v}t)^2}{4\kappa_L t} - \frac{y^2}{4\kappa_T t}\right\} \quad (5)$$

TRTでは、熱交換井に埋設されたUチューブから連続的に熱を供給し、熱交換井内における温度の経時変化を測定する。そこで、熱量 q_H で微小時間 $d\tau$ に供給された熱スラグを dQ_H とすれば、

$$dQ_H = q_H d\tau \quad (6)$$

であるから、(5)式は

$$d\Delta T(x, y, t) = \frac{q_H dt}{4\pi (\rho c)_e t \sqrt{\kappa_L \kappa_T}} \exp\left\{-\frac{(x - \bar{v}t)^2}{4\kappa_L t} - \frac{y^2}{4\kappa_T t}\right\} \quad (7)$$

となる。したがって、(7)式を積分し変形すると、原点で熱を連続注入した場合の温度差分布を次式で計算することができる。

$$\Delta T(x, y, t) = \frac{q_H}{4\pi (\rho c)_e \sqrt{\kappa_L \kappa_T}} \exp\left(\frac{\bar{v}x}{2\kappa_L}\right) W\left(\frac{B^2 \kappa_L}{\bar{v}^2 t}, B\right) \quad (8)$$

$$B^2 = \left(\frac{\bar{v}^2}{\kappa_L}\right) \left(\frac{x^2}{4\kappa_L} + \frac{y^2}{4\kappa_T}\right)$$

$W(B^2\kappa_L/\bar{v}^2t, B)$ はハンタッシュ・ヤコブの井戸関数とも呼ばれ、隣接帯水層から漏水がある被圧帯水層中の透水量係数と貯留係数を求めるための揚水試験の解析解として知られており⁶⁾、 $u = B^2\kappa_L/\bar{v}^2t$ と置くと次式で表される。

$$W(u, B) = \int_u^\infty \frac{1}{y} \exp\left\{-y - \frac{B^2}{4y}\right\} dy \quad (9)$$

図-2 にハンタッシュ・ヤコブの井戸関数の標準曲線を示す。マーカーが正確解、実線および点線が開発した解析解を用いて算出した結果である。どの区間においても正確解と計算値は非常によく一致している。地下水流動が存在する場における TRT では、供給熱が地下水流動によっても輸送されるため、 $1/u$ が大きくなるにつれて試験後半の温度変化量は小さくなり、やがて定常状態になるが、 B の値が大きい (=地下水流速が大きい) ほど、早く定常状態に達する。ちなみに、 $W(u, 0) = W(u)$ であり、ハンタッシュ・ヤコブの標準曲線はタイス曲線を包絡線に持つ。なお、(8)式において $v = 0$ とし、熱交換井中心からの距離を r (m) とすると、

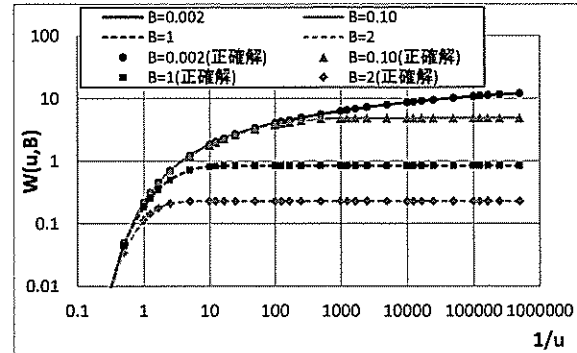


図-2 ハンタッシュ・ヤコブの標準曲線

$$\Delta T = \frac{q_H}{4\pi\lambda_e} \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx = \frac{q_H}{4\pi\lambda_e} W(u), \quad (10)$$

$$u = \frac{r^2(\rho c)_e}{4\lambda_e t}$$

となる⁷⁾。これは、ケルビンの線源関数そのもので、 $W(u)$ はタイスの井戸関数とも呼ばれている⁴⁾。

2. 2 移流・分散を考慮した物質移動の解析解

地下水流動場における保存性トレーサの2次元移流分散の支配方程式は次で表現できる⁸⁾

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_T \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad (11)$$

$$D_L = \alpha_L v + D_{ef}, \quad D_T = \alpha_T v + D_{ef}$$

$$\text{初期条件: } \lim_{|t| \rightarrow 0} \Delta C(x, y, t) = 0$$

$$\text{境界条件: } \lim_{|x| \rightarrow \infty} \Delta C(x, y, t) = 0$$

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} \Delta C(x, y, t) = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C(x', y', t) dx' dy' = \frac{M}{n}$$

ここに、 C は濃度 (g/m^3)、 M は質量 (g)、 D_L は縦分散係数 (m^2/s)、 D_T は横分散係数 (m^2/s)、 D_{ef} は有効分子拡散係数 (m^2/s) である。前述の熱移流分散方程式と同様に原点に瞬間注入された保存性トレーサの濃度変化を、流量 Q 、濃度 C_0 で微小時間 $d\tau$ に瞬間的に投入されたトレーサスラグを $dM = C_0 Q d\tau$ として解くと、連続注入した場合の濃度差分布は次式で与えられる。

$$\Delta C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi v \sqrt{D_L D_T}} \exp\left(-\frac{vx}{2D_L}\right) W\left(\frac{B^2 D_L}{v^2 t}, B\right) \quad (12)$$

$$B^2 = \left(\frac{v^2}{D_L}\right) \left(\frac{x^2}{4D_L} + \frac{y^2}{4D_T}\right)$$

3. 地下水流動場における TRT 順解析コードを用いた計算結果

今回開発した FORTRAN コードを用いて、表-1, 2 に示す 3 ケースのパラメータで熱移動、物質移動の順解析を実施した。表-1, 2 はそれぞれ熱移動、物質移動における計算条件である。3 ケースのパラメータはいずれも飽和砂を用いた室内実験結果³⁾及び文献値を引用したものである⁴⁾。熱移動計算では、流速以外は全て同一とし、縦分散長 α_L と横分散長 α_T の比 α_L/α_T を 10.0 とした。また、熱移動と物質移動との結果を比較しやすくするために、 $q_H/(\rho c)_e = M/n$ となるように M の値を設定し、熱移動におけるケース①, ②を物質移動におけるケース④, ⑤に対応させた。なお、最終計算時間は、全てのケースで 1000(hr) とした。

一方、熱移動における熱伝導と熱分散のスケールを比較するため、各ケースにおける等価熱拡散率 $\kappa_e (= \lambda_e/(\rho c)_e)$ と機構的分散 $\alpha_L \times v$ を表-3 に示す。ケース①では、等価熱拡散率 κ_e の方が機構的分散 $\alpha_L \times v$ よりも大きく、ケース①→③と、地下水流速が大きくなるにつれて、徐々に機構的分散の方が熱拡散率よりも大きくなっている。なお溶質の有効分子拡散係数 D_{ef} は $10^{-5}(\text{cm}^2/\text{s})$ のオーダーで非常に小さい⁴⁾ことから、ケース④, ⑤では、有効分子拡散係数を 0 として計算している。

表-1 テストケースの順解析計算条件 (熱移動)

計算条件		順解析ケース		
		ケース①	ケース②	ケース③
v: 流速	m/hr (m/day)	0.001(0.024)	0.01(0.24)	0.1(2.4)
λ_e : 等価熱伝導率	W/m/K	2.5		
$(\rho c)_e$: 等価体積熱容量	W·hr/m ³ /K	738		
$(\rho c)_w$: 液相の体積熱容量	W·hr/m ³ /K	1158		
α_L : 縦分散長	m	1		
α_T : 横分散長	m	0.1		
n: 間隙率	-	0.2		
q_H : 単位長さ当たりの加熱量	W/m	100		
$q_H/(\rho c)_e$	m ² ·K/hr	0.1355		
計算時間	hr	1000		
時間刻み	hr	10		

表-2 テストケースの順解析計算条件 (物質移動)

計算条件		順解析ケース	
		ケース④	ケース⑤
v: 流速	m/hr (m/day)	0.001(0.024)	0.01(0.24)
M: 質量	g	0.0271	
α_L : 縦分散長	m	1	
α_T : 横分散長	m	0.1	
n: 間隙率	-	0.2	
M/n	g	0.1355	
計算時間	hr	1000	
時間刻み	hr	10	

表-3 各計算ケースにおける等価熱拡散率 κ_e , 機構的分散 $\alpha_L \times v$

計算ケース	$\kappa_e (D_{ef})$	$\alpha_L \times v$
ケース①	0.003	0.001
ケース②	0.003	0.01
ケース③	0.003	0.1
ケース④	0	0.001
ケース⑤	0	0.01

3. 1 地下水流動が熱移動に与える影響

図-3に1000(hr)における各ケースの温度分布、濃度分布、および地下水流速で移動したマーカー位置を表している。流速が小さいケース①では等価熱拡散率 κ_e が機構的分散 $\alpha_L \times v$ よりも大きいため熱伝導が支配的となり、同心円状に熱が広がっている。地下水流速が大きくなると徐々に熱伝導よりも熱分散が支配的となり、温度分布も楕円形になって、移流効果でより下流側まで熱が移動している。

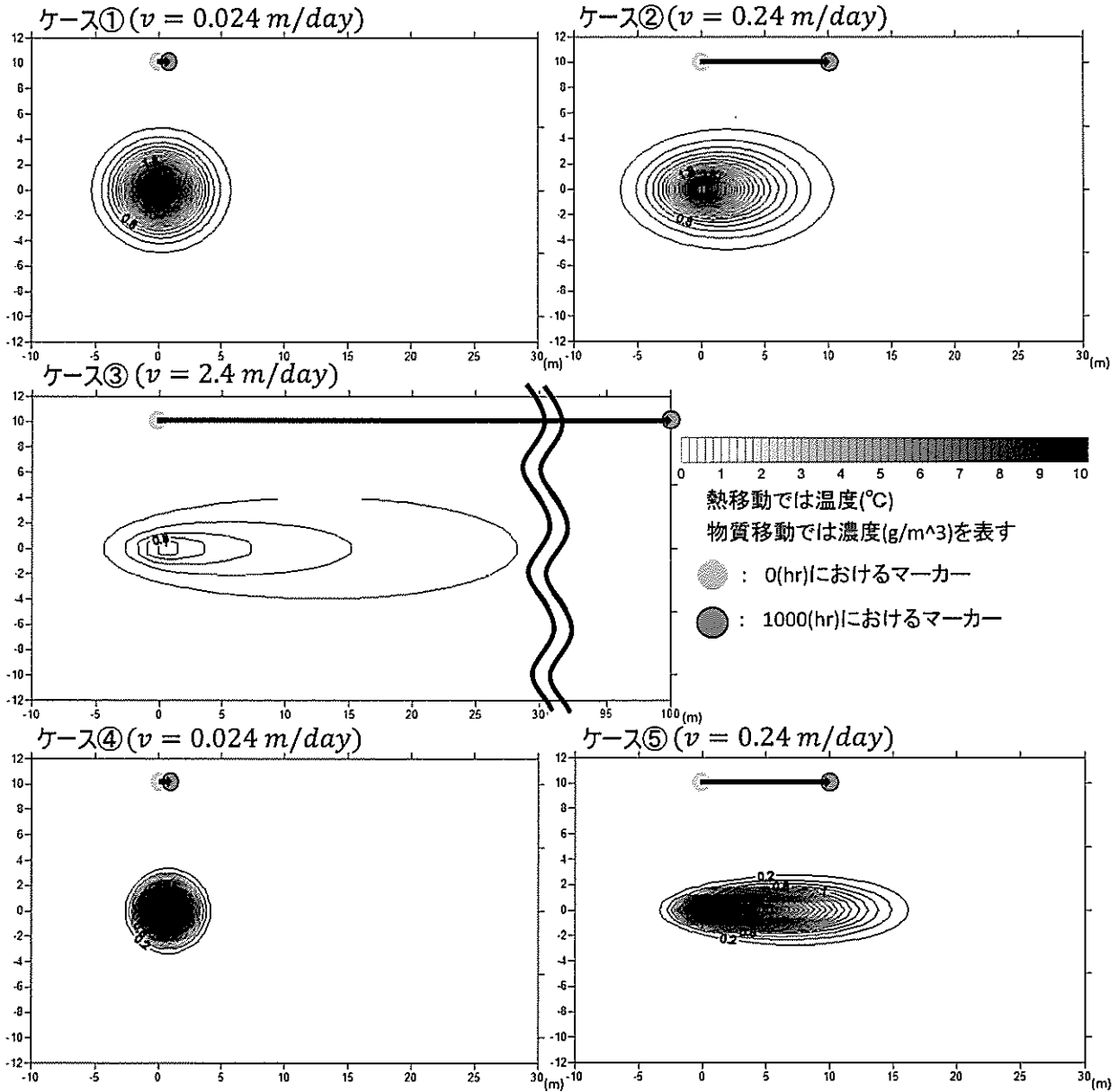


図-3 1000 (hr)における温度分布、濃度分布

一方、図-4はTRT熱交換井直下流の座標 ($x=1.0\text{ m}$, $y=1.0\text{ m}$) における各ケースの温度変化を示したものである。流速が小さいと温度の立ち上がりは緩やかであるが、温度は上昇し続け、流速が大きくなるにつれて急に立ちあがり、時間経過とともに温度変化が緩慢になる。ケース③では200(hr)以降ほとんど温度変化していない。これは、図-2のハンタッシュ-ヤコブの標準曲線からもわかるように、流速が小さくなるとタイス曲線に漸近し、流速が大きくなる

と早く定常状態に達するようになるためである。また、図-1における室内実験結果、原位置 TRT 結果も同様の傾向を示している。

3. 2 熱移動と物質移動の比較

図-3において熱と物質の移動の様子を比較すると、流速が小さい場合は、熱移動に比べて物質移動の方が注入点付近における変化が大きく、あまり広がらない。これは、溶質の分子拡散係数が水の熱拡散率より

も2桁程度小さいため⁴⁾、熱移動の方が熱伝導によってより広域に移動するからである。逆に、流速が大きくなると、物質の方が熱よりも広域に移動している。これは、物質移動では流速 v で移動するのに対して、熱移動では $\bar{v} = n(\rho c)_w v / (\rho c)_e$ で移動するからである。

4. おわりに

本研究では、熱伝導に加えて移流・分散現象を考慮した TRT 用解析解を開発し、テストケースに対して順解析を実施して、地下水流動が熱移動に与える影響および熱移動と物質移動の違いを検討した。以下に本研究で得られた知見を述べる。

- ① 開発した解析解を用いて地下水流速の異なる3ケースで順解析を実施したところ、流速が小さく熱伝導現象が卓越するケースでは熱が円形に広がるのに対して、流速が大きくなるにつれて熱分散が卓越し、温度分布が楕円形になることが分かった。
- ② 同一条件下で熱移動と物質移動を比較すると、流速の小さいケースでは、熱伝導によって熱の方がより広範囲に移動するのに対して、流速が大きくなると地下水流動の影響を強く受ける物質の方が熱よりもより広域に移動することが分かった。
- ③ 順解析プログラムを用いて得られた計算値を surfer などにより「見える化」を行うことにより、地下水流動が熱移動に与える影響や物質移動との違いが可視化できるようになった。
- ④ 本報で得られた解析解を TRT の解析に適用することで、移流分散の影響が大きい現場でも、正確に解析できるようになった。

参考文献

- 1) 北海道大学地中熱利用システム工学講座(2007): 地中熱ヒートポンプシステム, オーム社.
- 2) 藤井光・駒庭義人(2011): 地下熱利用技術 7. サーマルレスポンス試験の原理と解析方法, 調査事例, 地下水学会誌, 第53巻第4号, 391-400.
- 3) 濱野太宏・藤縄克之(2013): 地盤環境が熱応答試験結果に与える影響に関する実験的研究, 平成24年度土木学会中部支部研究発表 要旨.
- 4) 藤縄克之(2010): 環境地下水学, 共立出版.
- 5) Fetter, C.W. (1999): Contaminant Hydrogeology, 2nd ed. Long Grove, IL: Waveland Press, Inc.
- 6) M.S.Hantush and C.E.Jacob(1995): Non-steady radial flow in an infinite leaky aquifer, American Geophysical Union, 36.
- 7) 上原健人・藤縄克之(2013): ケルビンの線源関数の高精度漸近解とパウエルの共役傾斜法を用いた熱応答試験関連パラメータの逆解析法とその適用, 日本地下水学会誌, 55, 253-268.
- 8) Fujinawa, K.(1983): A symptotic solutions to the convection-dispersion equation and Powell's optimization method for evaluating groundwater velocity and dispersion coefficients from observed data of single dilution tests, Journal of Hydrology, 62.

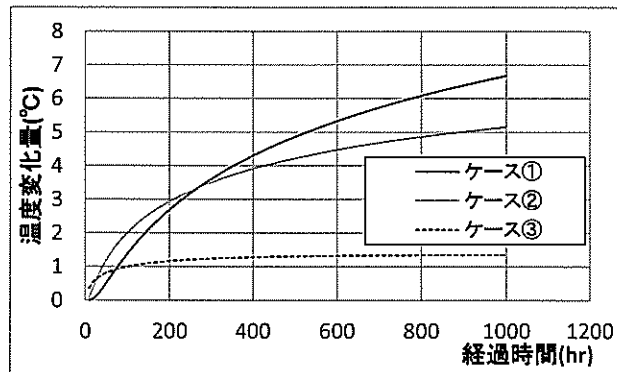


図-4 座標 (x=1.0m, y=1.0m) における温度変化