

## 20. SIFEC3dp と共役傾斜法を用いた塩水トレーサ試験 の逆解析法の開発

### - 地下熱利用技術の高度化に関する一連の研究（その2） -

○富樫聡（信州大院・八千代エンジニアリング）、藤縄克之（信州大工）

#### 1. はじめに

自然エネルギーに対する期待が高揚する社会情勢の中で、地下熱を利用した冷暖房システムが急速に普及しつつあり、複雑な帯水層システムにおける熱エネルギーの貯留や移動が正確に評価できる数値モデル<sup>1)</sup>の重要性が飛躍的に高まっている。このような社会的要請に応えるためには、数値解析手法の開発と同時に帯水層の水理定数や物質移動あるいは熱移動に関わるパラメータの簡便かつ高精度な評価手法の開発が欠かせない。

前報<sup>2)</sup>で報告したとおり、筆者らは2010年度より地下水制御型ヒートポンプ冷暖房システム<sup>3)</sup>の実証試験が行われている信州大学若里キャンパスにおいて、注入孔からトレーサ（塩水）注入により人為的な地下水流動場流動を生じさせ、近傍の観測孔でトレーサ濃度を原位置観測する2孔式トレーサ試験を実施している。本研究では、流体の密度を考慮した飽和・不飽和浸透流と物質移動を連成させた3次元数値モデルをパウエルの共役傾斜法と組み合わせた逆解析により飽和透水係数および縦分散長を同定する手法を開発し、原位置トレーサ試験結果へ適用した。

#### 2. 帯水層中における塩水トレーサ移動の逆解析手法<sup>4)</sup>

##### 2.1. 塩水トレーサ移動の基礎方程式

帯水層中の塩水トレーサの挙動は、密度を考慮した飽和・不飽和多孔体中の浸透流に関する支配方程式と、移流および分散を伴う物質輸送の支配方程式を連成させることにより解析できる。

流体の密度を考慮した飽和・不飽和多孔体中の浸透流の基礎方程式は以下式で与えられる。

$$(SS_s + C_s) \frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot K \left( \nabla h + \frac{\rho}{\rho_f} \nabla z \right) + \sum_i Q_i \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (1)$$

ここに、 $h$ は圧力水頭、 $t$ は時間、 $z$ は鉛直上向き座標、 $\rho$ 、 $\rho_f$ はそれぞれ地下水および基準とする淡水の密度、 $K$ は淡水に対する透水係数、 $S$ は有効飽和度、 $S_s$ は比貯留係数(不飽和帯では $S_s = 0$ )、 $C_s$  ( $= n \partial S / \partial h$ )は比水分容量(飽和帯では $C_s = 0$ )、 $Q_i$ は井戸 $i$ の揚水強度、 $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ はディラックのデルタ関数である。

一方、物質輸送に対する支配方程式は、次に示す移流分散方程式で与えられる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot D_{ij} \nabla c - \mathbf{v} \nabla \cdot c \quad (2)$$

ここに、 $c$ は溶液の相対濃度 ( $0 \leq c \leq 1.0$ )、 $D_{ij}$ は水力学的分散係数、 $\mathbf{v}$ は間隙流速ベクトルである。

##### 2.2. 物質輸送解析コード SIFEC3dp

物質輸送解析には物質輸送解析コード SIFEC<sup>5)</sup> (Salt-water Intrusion by Finite Elements and Characteristics) を適用する。SIFEC は移流分散方程式を双曲型の移流項と放物型の分散項に分離し、移流項に特性曲線法、分散項に有限要素法を適用する特性曲線型有限要素法(Characteristic Finite Element Method: CFEM)を用いている。CFEM は解の振動を防ぎ、さらに数値分散を緩和する上で有効なことがたとえば Fujinawa (1983)<sup>6)</sup>、藤縄ら(2005)<sup>7)</sup>などに示されている。なお、本研究では3次元領域のプリズム要素を適用した SIFEC3dp で数値解析を行い、算出される相対濃度  $c$  に対して、以下に示す最適化手法を適用することによりパラメータを決定する。

##### 2.3. パウエルの共役傾斜法<sup>8)</sup>

物質輸送現象を評価する際のパラメータには、物質輸送方程式(2)の水力学的分散係数  $D_{ij}$  (または  $D_{ij}$  を決定するための縦分散長  $\alpha_L$  および横分散長  $\alpha_T$ )、間隙流速ベクトル  $\mathbf{v}$  (または  $\mathbf{v}$  を決定するための飽和透水係数  $K_s$ ) がある。

なお本実証試験で実施したトレーサ試験中において、注入孔を中心とする放射状の流動場が想定され、

このため逆解析による横分散現象の評価ができないものと考えられる。したがって、本研究では横分散長は縦分散長と同じ大きさと仮定の下、同定するパラメータを縦分散長  $\alpha_L$  および飽和透水係数  $K_s$  と設定し、共役方向法の一つであり目的関数の微分値を必要としないパウエル共役傾斜法の適用により、2つの未知パラメータを同時に同定することとした。

江澤ら (2009)<sup>9)</sup>、Fujinawa (1983)<sup>10)</sup> などにおいて、トレーサ試験結果などにパウエル共役傾斜法を適用によりパラメータを精度良く評価できることが報告されており、最適パラメータは次式の目的関数  $F$  を最少にする探索過程の最終結果として求められる。

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c}_i)^2} \quad (3)$$

ここに、 $n$  は実測した相対濃度データの個数、 $i$  は任意地点 (例えば観測井のセンサー設置地点)、 $c_i$  は任意地点の相対濃度の実測値、 $\bar{c}_i$  は任意地点の相対濃度の計算値である。

### 3. 実証試験サイトの地質構造と井戸条件

実証試験では、帯水層蓄熱効果を利用した高効率な冷暖房システムを目指している。そこでまず地質構造の把握のためにオールコアボーリングと電気検層を実施し、**図 1** に示すとおり砂礫層で構成される3つの帯水層を確認した。この結果を踏まえ、本実証試験では、帯水層中の温冷水の移動特性と蓄熱効率を考慮し、第一帯水層に冷水、第二帯水層に温水をそれぞれ貯留することとした。

後述する2孔式塩水トレーサ試験に用いた調査孔および観測孔の位置を**図 2** に示す。A1孔、E1孔は第一帯水層、A2孔、E2孔は第二帯水層、A3孔は第三帯水層を対象とした観測孔となる。またB孔は3つの帯水層すべてにスクリーンを設けたマルチスクリーン構造とした。

なお、第一帯水層 (A1孔、E1孔) および第二帯水層 (A2孔、E2孔) で地下水水位を観測した結果、自然地下水の動水勾配は、第一帯水層で約 1/1,500~1/3,000 (E1 から A1 へ流動)、第二帯水層で約 1/460~1/700 (A2 から E2 へ流動) と非常に小さいことがわかった。また地下水水位は、第一帯水層が第二帯水層に対して約 30cm 高いことが明らかとなり、これよりマルチスクリーンの B 孔内では、鉛直下向きの流動が発生しているものと推察される。

### 4. 2孔式塩水トレーサ試験

帯水層蓄熱を利用するシステムの設計には、地層固有のパラメータとなる縦分散長、横分散長、熱伝導率、体積熱容量などの評価が重要となる。そこで本研究では、物質移動パラメータの評価を目的とした原位置の2孔式塩水トレーサ試験を実施し、観測結果を用いた逆解析によりパラメータを評価することとした。

#### 4.1. トレーサ試験の概要

##### (1) 第一帯水層トレーサ試験

第一帯水層を対象とするトレーサ試験模式図を**図 3 (左図)** に示す。図に示すとおり、A1孔に塩水を一定量注入し、B孔で観測する。観測する項目は、注入水 (タンク内) の電気伝導度と水温、A1孔の地下水水位、B孔 (G.L.-27.0m) における地下水水位 (間隙水圧)、電気伝導度、水温である。

##### (2) 第二帯水層トレーサ試験

第二帯水層を対象とするトレーサ試験模式図を**図 3 (右図)** に示す。図に示すとおり、B孔に内管を

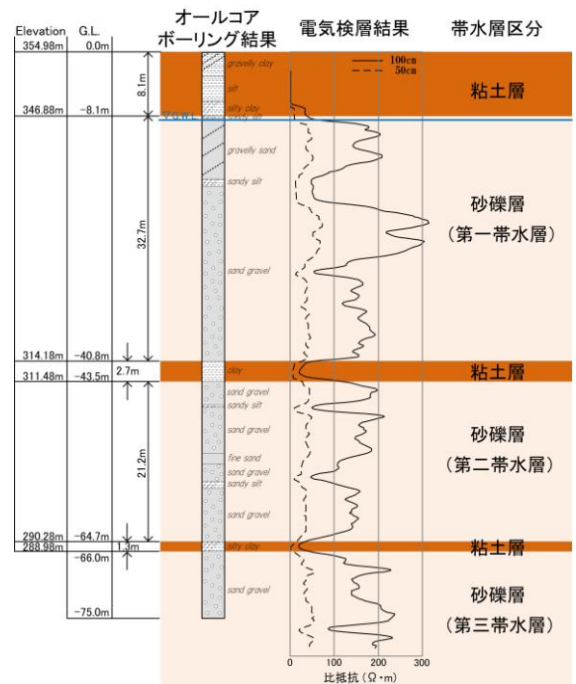


図 1 地質構造と帯水層区分

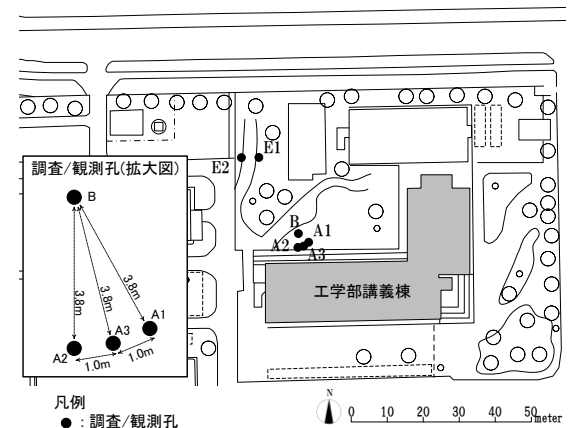


図 2 井戸位置図

挿入することで、トレーサとなる塩水を第二帯水層へ直接注入し、A2 孔で観測する。観測する項目は、注入水（タンク内）の電気伝導度と水温、B 孔の地下水位、A2 孔(G.L.-49.0m)における地下水位（間隙水圧）、電気伝導度、水温である。

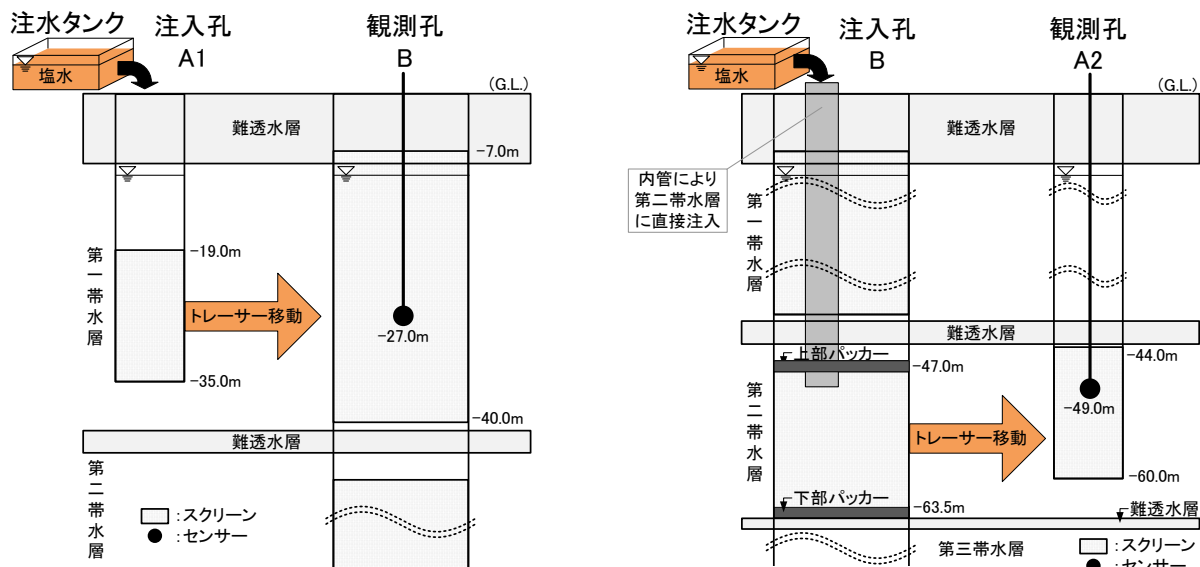


図3 2孔式塩水トレーサ試験模式図（左：第一帯水層、右：第二帯水層）

#### 4.2. トレーサ試験の結果と考察

##### (1) 第一帯水層トレーサ試験（実施日：2011/2/8）

第一帯水層の塩水トレーサ試験では、注入孔となる A1 孔より、試験開始から 51 分間は塩水を注入（総量 5,000L）、51 分以降から 198 分間は真水を注入（総量 14,000L）した。総注入時間は 249 分であり、平均注入量は 76.3(L/min)であった。

地下水位は図 4（左図）に示すとおり、注入孔となる A1 孔では開始直後より注入終了時まで地下水位が上昇を続け、最大で約 5m の地下水位上昇が観測された。また、注入を終了すると試験開始時の地下水位まで速やかに回復した。一方、観測孔となる B 孔においては地下水位上昇の程度は最大で 0.13m であり、水位の増減傾向については A1 孔とほぼ同様であった。

電気伝導度（図 4（右図））は、B 孔（G.L.-27.0m）では注入開始から約 10 分後に上昇し始め、その後約 120 分後にピークを観測した。なお、注入した塩水の相対濃度を  $c=1.0$  とすると、B 孔で観測された相対濃度  $c$  のピーク値は  $c=0.1$  程度であった。

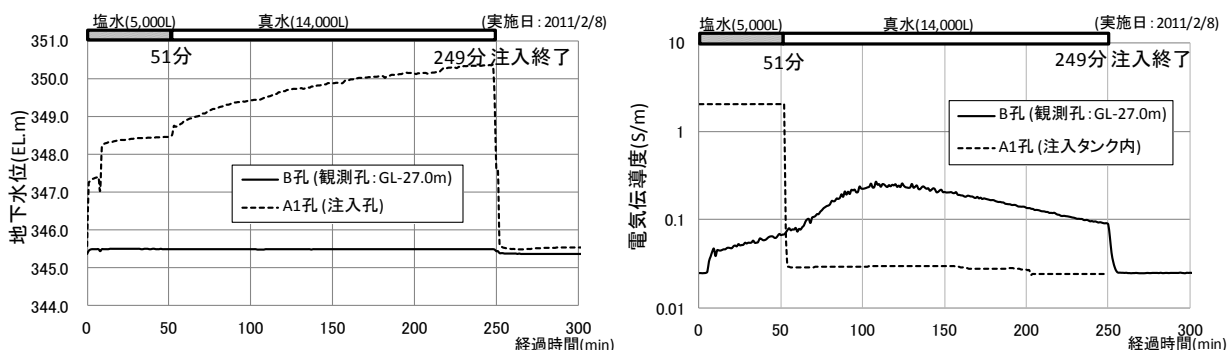


図4 第一帯水層トレーサ試験結果（左：地下水位、右：電気伝導度）

##### (2) 第二帯水層トレーサ試験（実施日：2011/1/12）

第二帯水層の塩水トレーサ試験では、注入孔となる B 孔より、試験開始から 33 分間は塩水（総量 5,000L）、33 分以降は真水を 138 分間注入（総量 14,000L）した。総注入時間は 171 分であり、平均注入量は 111.8(L/min)であった。

図5(左図)に示すとおり、地下水位は注入孔となるB孔では試験開始直後に一時的に上昇するが、10分程度で安定し、その後は注入終了まで345.4m程度の水位が続いた。また、観測孔のA2孔においては試験開始直後に水位が上昇し始め、B孔と同様に、注入試験終了までほぼ一定の水位が観測された。

電気伝導度(図5(右図))は、A2孔(GL.-49.0m)では約66分後にピークを観測した。なお、注入した塩水の相対濃度を $c=1.0$ とすると、A2孔で観測された相対濃度 $c$ のピークは $c=0.14$ 程度であった。

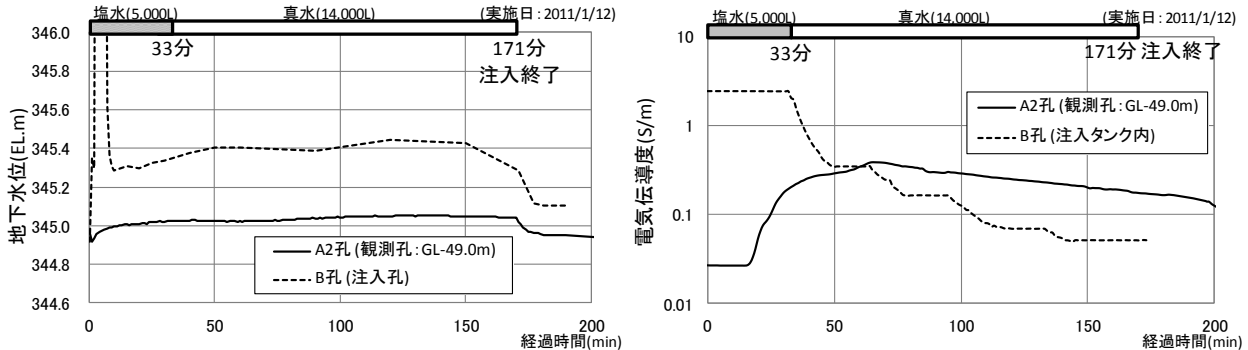


図5 第二帯水層トレーサ試験結果(左:地下水位、右:電気伝導度)

## 5. 逆解析による物質移動パラメータの同定

実証試験サイトで実施した2孔式塩水トレーサ試験にSIFEC3dpを適用し、第一、第二帯水層の縦分散長と飽和透水係数の各パラメータを同定した。なお各帯水層の有効間隙率は、A3孔で実施したオールコアボーリング結果より想定し、 $n_e=0.2$ とした。

### 5.1. 計算メッシュおよび計算条件

図6に示すプリズム要素で領域分割を行った3次元FEMメッシュにより逆解析を実施した。なお、メッシュ分割に当たり、水平方向の三角形は水位や濃度変化が大きい注入孔周辺で $\Delta x=0.4m$ 程度と細密にしている。プリズム要素のZ方向の要素長は $\Delta z=1.0\sim 2.0m$ 程度を基本とし、注入孔スクリーンの上下端付近は注水に伴って大きな圧力変化が想定されることから、当該箇所では $\Delta z=0.1m$ と細かく設定した。また、第一帯水層は不圧地下水となるため、不飽和浸透流の計算に対応できるようにモデル上面から2.0m区間は $\Delta z=0.5m$ とした。

逆解析に用いた物性値および計算条件を表1に示す。試験サイトにおける不飽和帯の物性値は明らかでないため、本研究では文献から得られた礫層に相当するパラメータを設定した。

飽和・不飽和浸透流解析においては、各帯水層の上下部に存在する粘土層は不透水層とみなし、上下面を不透水境界とした。トレーサ注入地点となる $(x,y)=(0,0)$ に位置する節点群のうち、注入孔スクリーン区間に該当する節点は水位変動型既知水頭境界を設定し、注入孔における実測地下水位を境界条件として与えた。すなわち、第一帯水層ではA1孔のスクリーン区間(EL.319.98~335.98m)、第二帯水層ではB孔のスクリーン区間(EL.291.48~307.98m)である。また注入孔から100m離れた地点では注入による水位変化はないと考え、円弧上の節点群は既知水頭境界とし、初期水位を継続して与えた。

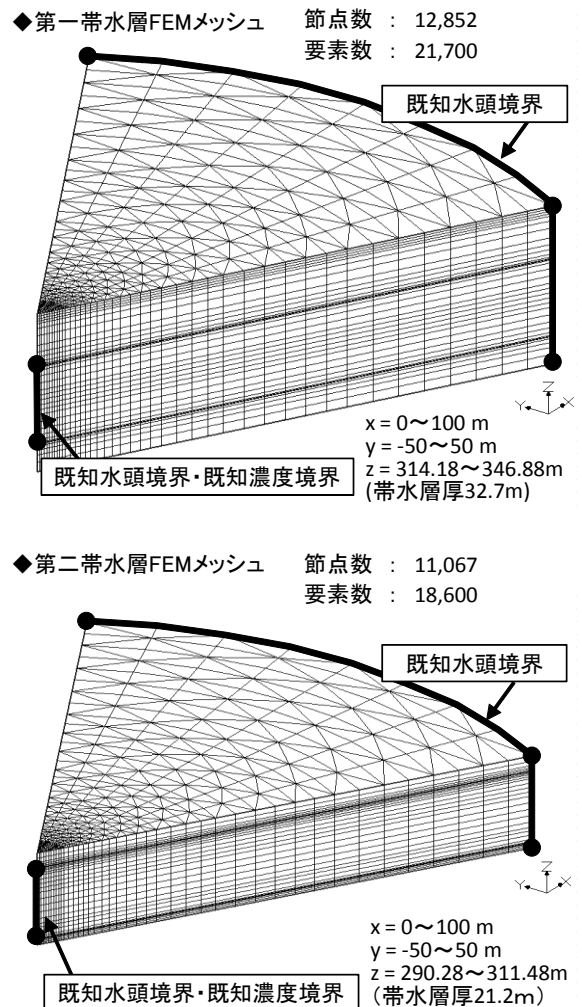


図6 FEMメッシュ(プリズム要素)  
(上:第一帯水層、下:第二帯水層)

物質輸送方程式の境界条件は、トレーサ注入地点に該当する節点群においては注入したトレーサの相対濃度（観測値）を与える濃度変動型既知濃度境界とし、それ以外の境界はすべて不分散境界とした。

なお、電気伝導度のモニター地点で実測値と計算値を比較する必要があるため、計算値のサンプリングは注入孔から 3.8m 離れた地点の、観測孔内のセンサー設置深度に位置する節点で行った。

### 5.2. 逆解析によるパラメータ同定結果

5 分毎で整理した実測値と計算値から得られる目的関数  $F$  が最小となるように、逆解析によるパラメータ同定を行った。なお、実測データの個数は第一帯水層で 50、第二帯水層で 34 である。表 2 に、逆解析により同定されたパラメータの値を、初期設定値および目的関数  $F$  値と共に示す。また、図 7~図 9 には、目的関数  $F$ 、縦分散長、飽和透水係数の探索過程を整理する。表 2 と図 7 より、第一帯水層の方が第二帯水層に比べて目的関数  $F$  の最小値が小さく、またパラメータ同定に要した探索回数も少ないことがわかる。

表 1 解析に用いた物性値および計算条件

項目		第一帯水層 逆解析条件	第二帯水層 逆解析条件	
パラメータ	初期値	飽和透水係数 m/min	0.010	
		縦分散長 m	5.000	
		横分散長 m	5.000	
	比貯留係数 1/m		0.0000758	0.00051800
	間隙率		0.20	0.20
	不飽和物性	飽和体積含水率	0.20	(飽和領域のみ)
残留体積含水率		0.10		
Genuchten式 $\alpha$		5.270		
Genuchten式 $\beta$		2.156		
塩水密度 g/cm <sup>3</sup>		1.01102	1.01180	
時間条件	計算時間	170分	250分	
	時間刻み	0.1分~1.0分		
境界条件	定水頭境界	(注入孔) 実測水位 (円弧上) 全水頭345.571m	(注入孔) 実測水位 (円弧上) 全水頭344.915m	
	定濃度境界	(注入孔) 実測トレーサ濃度	(注入孔) 実測トレーサ濃度	
初期条件	初期水位	全域で全水頭345.571m	全域で全水頭344.915m	
	初期濃度	全域でc=0.0	全域でc=0.0	

表 2 パラメータ同定結果

対象とする帯水層	対象センサー設置位置	検証データ数	縦分散長 m		飽和透水係数 m/min		目的関数F最小値
			初期値	同定値	初期値	同定値	
第一帯水層	G.L.-27.0m	50	5.000	<b>3.561</b>	0.0100	<b>0.0051</b>	0.07888
第二帯水層	G.L.-49.0m	34	2.000	<b>10.089</b>	0.0200	<b>0.0184</b>	0.10803

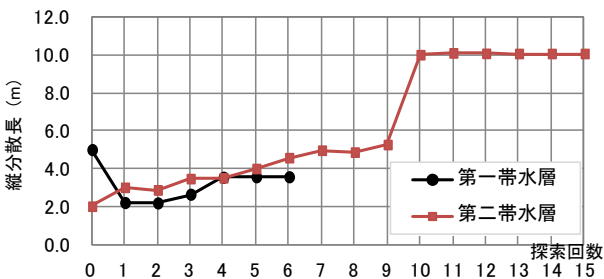


図 8 パラメータ探索過程(縦分散長)

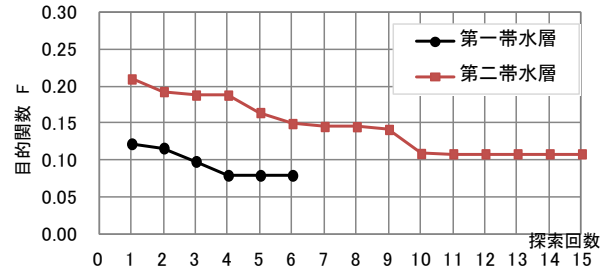


図 7 パラメータ探索過程(F 値)

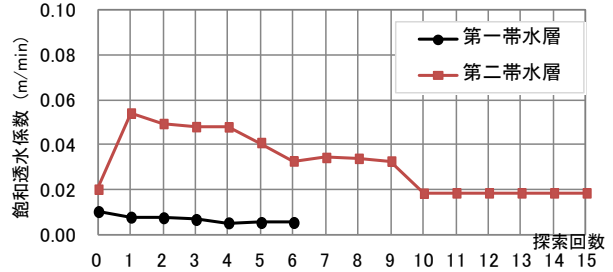


図 9 パラメータ探索過程(飽和透水係数)

同定された飽和透水係数  $K_s$  は第一帯水層で 0.0051m/min、第二帯水層で 0.0184m/min となった。これは、別途実施した揚水試験結果にハンタッシュ・ヤコブの解析法を適用して求めた透水係数と比較すると、第一帯水層で約 0.24 倍、第二帯水層で約 1.67 倍であり、適用する解析手法により揚水試験結果から得られる透水係数に幅があることを考えると、逆解析の結果は砂礫層の透水係数としてほぼ妥当な値であると言える。

一方、現場で測定されたデータより求めた分散長は調査が行われた場のスケールに依存することが知られており<sup>11)</sup>、Gelhar et.al.<sup>12)</sup>による多孔質媒体および亀裂系岩盤から得られた巨視的分散長と観測スケールを用い、縦分散長とトレーサ流下距離との関係で整理したものが図 10 である。これら既往の報告と比較すると、本研究で得られた縦分散長は

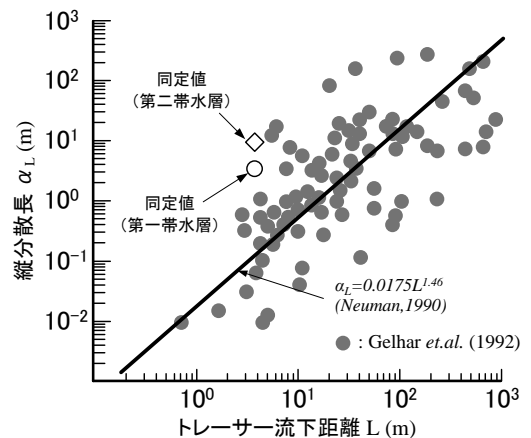


図 10 縦分散長と流下距離の関係 (文献<sup>11)</sup>の図を一部加筆)

若干大きいと言えるが、ばらつきの範囲内であると判断できる。

### 5.3. 同定したパラメータを用いたトレーサ試験の再現計算結果

図 11 に、同定されたパラメータを用いてトレーサ試験を再現計算したときの、観測地点におけるトレーサ濃度の計算値と実測値を示した。第一帯水層において同定したパラメータを用いた計算結果は、実測トレーサ濃度のピーク到達時間や濃度変化がよく再現できていることがわかる。また、第二帯水層では、実測値に対する計算値のピーク濃度が僅かに低く、またピークの到達時間も 10 分程度遅いことがわかるが、概ねの傾向は再現できていると言える。

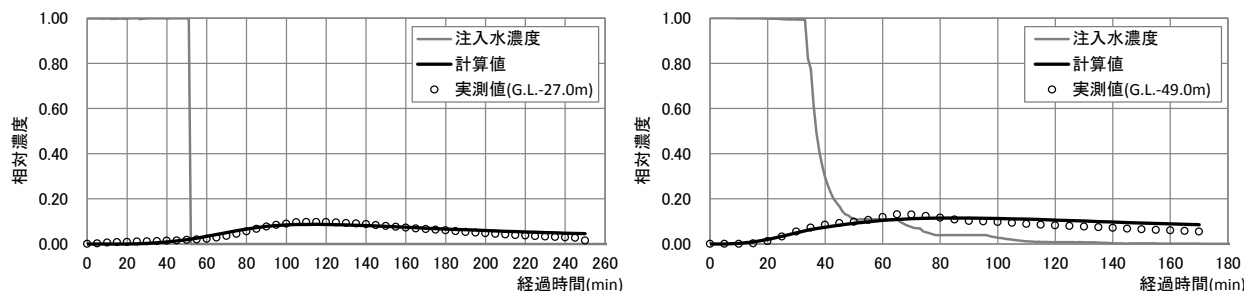


図 11 実測値と計算値の比較（左：第一帯水層、右：第二帯水層）

## 6. おわりに

本研究では、飽和・不飽和浸透流および物質移動の支配方程式における主要なパラメータである透水係数と分散長を同時に同定するため、3 次元数値モデル(SIFEC3dp)とパウエル最適化手法を組み合わせた逆解析法を開発し、これを原位置トレーサ試験結果に適用した。適用の結果、同定された飽和透水係数および縦分散長は概ね妥当な値となった。また、同定されたパラメータを用いたトレーサ試験の再現計算より、計算により実測値を概ね再現できることが確認できた。

本研究において同定したパラメータは、今後、実証試験中の空調システムの最適な運転条件を決定するための数値解析的研究などに役立つ予定である。

## 7. 謝辞

本研究は、NEDO 助成による平成 22-24 年度次世代型ヒートポンプシステム研究開発「地下水制御型高効率ヒートポンプ空調システムの研究開発」事業によった。本プロジェクトの共同研究者である清水建設株式会社の各位に感謝の意を表す。

### 参考文献

- 1) 藤縄克之・富樫聡(2011)：地下熱利用技術 9. 地下熱利用のための数値解析技術，地下水学会誌，Vol.54, No.1, 39-52.
- 2) 富樫聡・石原貴之・上原健人・梶田明宏・藤縄克之・片桐憲一・秩父俊一（2011）：帯水層中の物質移動パラメータ同定のためのトレーサ試験と適用結果—地下熱利用技術の高度化に関する一連の研究（その 1）—，日本地下水学会 2011 年秋季講演会講演要旨，62-67.
- 3) たとえば A.Tomigashi,K.Fujinawa (2011)：Enhanced aquifer thermal energy storage for cooling and heating of Shinshu University building using a nested well system,Sustainable Development and Planning V,871-882,2011
- 4) 藤縄克之(2010)：環境地下水学，協立出版.
- 5) たとえば Fujinawa, K., T. Iba, Y. Fujihara and T. Watanabe (2008)：Modeling interaction of fluid and salt in an aquifer/lagoon system. Ground Water. 47 (1), 35-48.
- 6) Fujinawa, K. (1983)：A ‘Characteristic’ finite element method for dispersion-convection equation. Journal of Japanese Association of Groundwater Hydrology, 5(2), 93-108.
- 7) 藤縄克之・増岡健太郎・長野宇規・渡辺紹裕(2005)：海面上昇がゼロメートル地帯に及ぼす影響を予測するための塩水浸入数値解析モデル，土木学会論文集，Vol.VII-35, No.790, 35-48.
- 8) 堀野治彦(1992)：地下水数値計算法(15) 3-2.パウエル法によるパラメータ同定問題，地下水学会誌，Vol.34, No.1, 31-44.
- 9) 江澤静一郎・藤縄克之・高見澤友見・藤田佳秀(2009)：非平衡吸脱着反応を伴う移流分散モデルを用いた製材残滓による VOC 汚染浸出水の浄化解析，土木学会論文集 G,Vol.65No.3,143-152.
- 10) Fujinawa,K(1983)：A asymptotic solutions to the convection-dispersion equation and Powell’s optimization method for evaluating groundwater velocity and dispersion coefficients from observed data of single dilution tests, Journal of Hydrology,62.
- 11) 日本地下水学会(2009)：地下水のトレーサ試験，技報堂出版.
- 12) Garder, A.O., D. W. Peaceman, and A. L. Pozzi, Jr. (1964)：Nu-merical calculation of multidimensional miscible displacement by the method of characteristics, Soc. Petrol. Eng. Jour., Vol.4, No.1, 26-36.