

四分木格子を適用した 有限体積法に基づく数値モデルの構築と 透過性防波柵周辺の津波浸水流解析への適用

上野 卓也¹・由比 政年²・天方 匡純³・榎田 真也⁴・斎藤 武久⁵

¹学生会員 金沢大学大学院 自然科学研究科 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: uenotakuya0604@gmail.com

²正会員 金沢大学教授 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: yuhi@se.kanazawa-u.ac.jp

³正会員 八千代エンジニアリング (株) 総合事業部河川部 (〒111-8648 東京都台東区浅草橋5-20-8)

E-mail: amakata@yachiyo-eng.co.jp

⁴正会員 金沢大学准教授 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: umeda@se.kanazawa-u.ac.jp

⁵正会員 金沢大学教授 理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

E-mail: saitoh@se.kanazawa-u.ac.jp

津波数値解析では、遡上波先端部や常流・射流混在域において不連続波面を含む複雑な非定常流場が形成される。本研究では、小スケール構造物を考慮する場合に効果的である四分木格子と不連続波面の解析に有効である高像度スキームをベースにした有限体積法に基づく数値モデルを構築した。構築した数値モデルは、四分木格子の活用により、計算精度を保ちつつ計算時間を大幅に短縮可能であり、計算時間と精度のバランス面から非常に有効である。また、実験との比較により、遡上や越流による流れ、構造物を回折する平面的な流れが生じるケースにおいて、流況特性（水位、流速、流体力）を定性的・定量的に再現する安定的な計算が可能であること、および、透過性防波柵周辺の流況特性、浸水深低減効果を的確に再現評価可能であることが検証された。

Key Words : tsunami, quadtree grid, finite volume method, shallow water equation, porous barrier

1. 序論

現在、津波対策としては、防潮堤・避難ビルなどの構造物によるハード対策およびハザードマップによるソフト対策の組み合わせによる最適対応が検討されている。ハード・ソフト両面で適切な津波対策を行うためには、構造物に作用する流体力や浸水領域・浸水流速を的確に評価する必要がある。しかし、遡上津波解析では、数値的な不安定性や膨大な計算時間などの問題点を抱えており、高精度かつ高速な数値モデルの構築と陸上構造物周辺の流況解析への適用が急務である。

不連続波面を含む遡上津波解析の安定性・解析精度向上には、航空宇宙工学分野で発展した高像度スキームの適用が有効である。また、小スケールの構造物や水路等の影響を的確に考慮するためには、洋上伝播と比較して格段に細かな格子解像度を必要とする。そこで、必要な解像度に応じて空間格子を分割する四分木格子の活用が効果的と考えられる。以上を考慮し、本研究では、有

限体積法に基づく高像度スキームおよび四分木格子を適用した遡上津波解析の数値モデルの構築を試みた。

構築した数値モデルの検証として、三角形状堤防の遡上、直立護岸の越流、矩形構造物背後の回折、直立壁の反射などの複雑な流れや陸上構造物に作用する津波波圧について、Soares¹⁾および有光ら²⁾による実験結果と比較して、本モデルの再現性・精度について検証した。さらに、これまで数値モデルによる検討が少ない透過性防波柵による津波浸水低減効果についても、榎田ら³⁾による実験との比較を行って、透過性防波柵周辺の流況解析への適用性についても検討した。

2. 数値モデル

(1) 基礎方程式

数値計算モデルの基礎方程式として、非線形長波方程式 (NLSW) を用いる。NLSW の表記法は各種存在するが、不連続面が形成されるような解析においては、質量と運

動量の保存が計算上重要である。また、底面が急勾配となる場合には、ソース項の離散的取り扱いを適切に行う必要がある。本研究では、この2点を考慮し、Liang⁴が提唱する水面変位を用いた表記法を採用する。静水時の水位は地形勾配による影響を受けないため、水面変位による表記を用いることでウェルバランス性（フラックスとソース項のバランス）が保たれる。

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} = \mathbf{s} \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{q} は保存量、 \mathbf{f} , \mathbf{g} はそれぞれ x , y 方向の流束、 \mathbf{s} はソース項であり、各ベクトル量は次のように表される。

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \eta \\ q_x \\ q_y \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} q_x \\ uq_x + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z_b) \\ uq_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} q_y \\ vq_x \\ vq_y + \frac{1}{2}g(\eta^2 - 2\eta z_b) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\tau_{bx}}{\rho} - g\eta \frac{\partial z_b}{\partial x} \\ -\frac{\tau_{by}}{\rho} - g\eta \frac{\partial z_b}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 η は水位、 $q_x (=uh)$ 、 $q_y (=vh)$ は x および y 方向の線流量、 u 、 v は x および y 方向の水深平均流速、 $h (= \eta - z_b)$ は水深、 z_b は底面地盤高である。

(2) ゴドゥノフ型有限体積法

不連続波面を含む津波数値解析では、安定性・解析精度の点から、高解像度スキームの適用が有効である。高解像度スキームとは、流れのスムーズなところでは2次精度で計算を行い、不連続部分では数値振動を生じさせないために1次精度に切り替えて計算することで不連続的な変化を高解像度で表現できる計算スキームである。高解像度スキームを構築するために、本モデルでは勾配制限関数 ψ を導入することとし、安定性に優れる minmod 関数を制限関数として用いた。

$$\psi(r)_P = \max[0, \min(r_P, 1)] \quad (6)$$

ここで、 r は検討対象となる流れ変数の勾配の比であり、以下のように表される。

$$r(\eta)_P = \frac{\eta_e - \eta_P}{\eta_P - \eta_w} \quad (7)$$

h 、 q_x 、 q_y についても同様の計算を行う。 P は解が求められているデータ点、 e は P の東側のデータ点、 w は P の西側のデータ点である。続いて、ゴドゥノフ型有限体積

法では、セル境界での値を、セル中心の値から再構成する。セル境界 (East) の左側 (Left) での値は、勾配制限関数を用いて以下のように表される。

$$\bar{\eta}_E^L = \eta_P + \frac{\psi_P}{2}(\eta_P - \eta_w) \quad (8)$$

h 、 q_x 、 q_y についても同様の計算を行い、水深が負の値となる場合は水深は0と再定義する。

数値流束を計算するための近似リーマン解法として、HLLC (Harten Lax-van Leer Contact wave) 法⁵を用いる。また、ソース項の離散化については、Liangらが提案する地形勾配項と摩擦項を別々に処理する手法⁴を採用する。

時間発展には、2次の予測子・修正子法を用いる。まず、予測子段階では、次式で \mathbf{q}^* を求める。

$$\mathbf{q}_P^* = \mathbf{q}_P^n + \Delta t \mathbf{K}_P(\mathbf{q}^n) \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_P = -\frac{\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_W}{\Delta x} - \frac{\mathbf{g}_N - \mathbf{g}_S}{\Delta y} + \mathbf{s}_P \quad (10)$$

ここで、 Δt は時間ステップ、 Δx 、 Δy は格子間隔である。続いて修正子段階の計算を以下のように行う。

$$\mathbf{q}_P^{n+1} = \mathbf{q}_P^n + \frac{1}{2} \Delta t [\mathbf{K}_P(\mathbf{q}^n) + \mathbf{K}_P(\mathbf{q}^*)] \quad (11)$$

また、 Δt は、CFL条件⁶によって制御される。

(3) 四分木格子

四分木格子とは、空間格子を4分割した規則的な格子構造であり、局所的な解像度の増減にも柔軟に対応できる。隣接する格子サイズが異なる場合においても、補間式⁷を導入することで、格子サイズが等しい場合と同様のモデルを用いることができる。図-1は隣接する格子解像度が異なる場合のデータ配置を示す。 P は解が求められているデータ点、 in は補間が必要な点であり、1, 2, 3, 4は隣接するデータ点である。まず、図-1(a)のケースでは、 q_{in} は単純に次のように補間される。

$$q_{in} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{4} \quad (12)$$

ここで、 q は流れ変数を表す。続いて、図-1(b)の場合は、

$$q_{in} = \frac{q_P}{4} + \frac{q_1}{2} + \frac{q_2}{4} \quad (13)$$

図-1(c)の場合は、

$$q_{in} = \frac{q_P}{3} + \frac{q_1}{2} + \frac{q_2}{6} \quad (14)$$

と表示される。2つ先の格子を補間する場合には、上記の(a)、(b)、(c)に加え、(d)のケースが存在し、補間式は次のように表される。

$$q_{in} = \frac{2q_1}{3} + \frac{q_2}{6} + \frac{q_3}{6} \quad (15)$$

その他の方向についての補間式は、格子位置を回転することで表現できる。

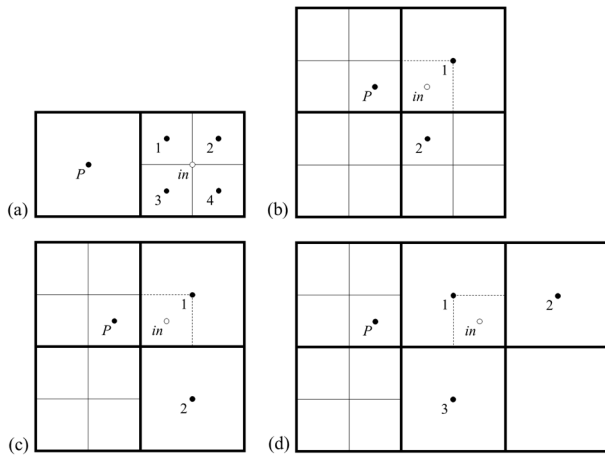


図-1 隣接する格子のサイズが異なる場合の補間

3. 計算結果および考察

(1) 三角形形状の堤防周辺の流況解析

構築した数値モデルの検証として、Soares¹⁾によって行われた、三角形形状の堤防を遡上・越流するダム崩壊流れの水利実験と数値解析との比較を行った。実験では、水路(5.6m×0.5m)に堤防を設置し、貯水池水位0.111m、堤防下流側水位0.02mとして、3地点(G1, G2, G3)で水位の計測が行われた(図-2)。計算格子サイズは、 $\Delta x = 0.04\text{m}$ をベースに堤防付近に四分木格子(2段階)を適用した。

水位の時間変化について、実験結果と計算結果を比較したものを図-3に示す。計算結果は、津波の到達がわずかに遅れる傾向にあり、波の分裂による細かな変動は再現できていないものの、大局的には、遡上や反射を含めて、定性的・定量的に実験結果と一致している。なお、粗度係数のチューニングにより、津波到達時刻や水位が変化することを確認しており、今回は全体的な水位を合わせることを優先し、粗度係数 $n=0.011$ とした。

堤防付近の空間波形について、実験結果と計算結果を比較したものを図-4に示す。計算結果は、上述したように、津波の到達がわずかに遅れる傾向にあるものの、堤防遡上時(a)、越流後(c)を含めて、定性的・定量的に実験結果の水面形状を良く再現している。(b) $t=3.0$ 秒における堤防下流側では、計算結果は津波先端部の到着がやや遅れる結果となった。

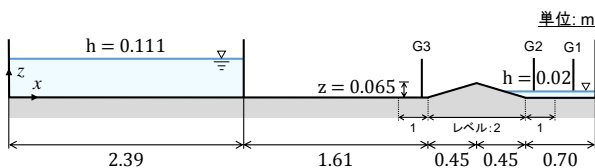


図-2 実験水路の概要 (Soares, 2007)

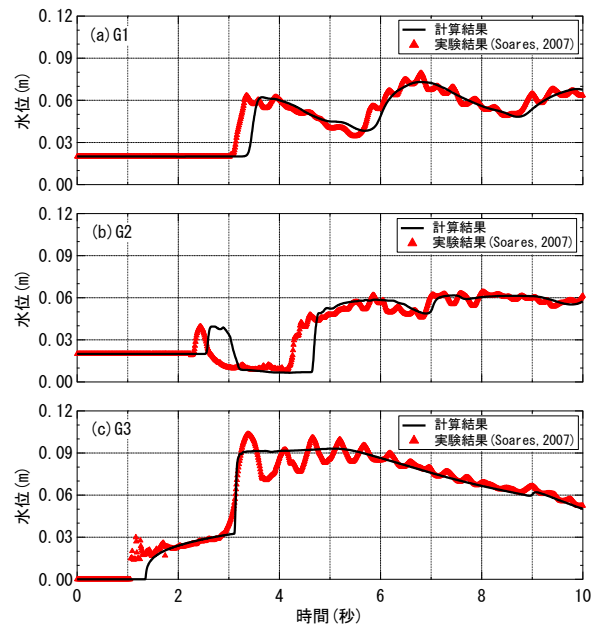


図-3 水位の時間変化

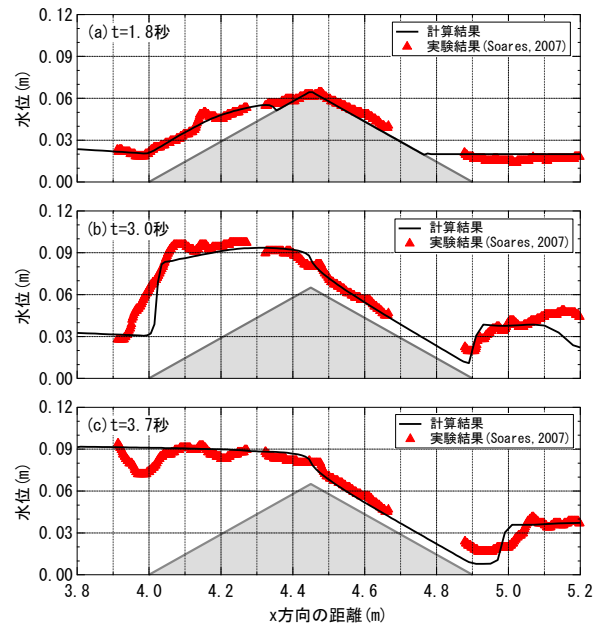


図-4 三角形形状の堤防付近の空間波形の比較

以上、本モデルは、不連続波面を含む段波津波が、三角形形状の堤防を遡上・越流する流れにおいて、水位の時間変化および堤防付近の空間波形を良好に再現することが可能である。

(2) 直立護岸上の構造物周辺における流況解析

続いて、有光ら²⁾によって行われた、直立護岸上の構造物に作用する段波津波の水利実験と数値解析との比較を行った。実験では、水路(長さ18m×幅0.5m×高さ0.5m)に直立護岸を設置し、貯水位0.15mとして、構造物前面から1mmの位置で浸水深、15mmの位置でx方向流速、構造物前面にて作用波圧が計測された(図-5)。計

算条件は、以下の4ケースである。①防潮壁（高さ0.05m×幅0.5m）なし、構造物なし。② 防潮壁なし、構造物は直立壁（高さ0.4m×幅0.5m）。③ 防潮壁あり、構造物なし。④ 防潮壁あり、構造物は矩形構造物（高さ0.4m×幅0.5m×厚さ0.07m）。計算格子サイズは、①、②では全域を $\Delta x=0.01m$ 、③、④では均一格子：全域を $\Delta x=0.01m$ 、四分木格子： $\Delta x=0.04m$ をベースに構造物付近に四分木格子（2段階）を適用、とした。

まず、防潮壁を設置しない場合の (a) ケース①：進行波、(b) ケース②：直立壁前面での浸水深およびx方向流速について実験結果と計算結果を比較した (図-6)。計算結果の出力位置は、実験での計測位置と同様とした。

図-6 (a) では、進行波が護岸から2m沖に到達した時刻を $t=0$ とした。計算結果は、津波到達時刻を含めて、浸水深、x方向流速ともに実験結果と定性的・定量的に一致している。図-6 (b) では、津波先端部が直立護岸に到達した時刻を $t=0$ とした。浸水深の計算結果は、津波到達時の直立壁前面での瞬間的かつダイナミックな水位上昇を表現しており、その後の重複波状態についても良好に実験結果を再現している。x方向流速の計算結果は、浸水深が小さいため実験では計測が難しい、津波先端部の速い流速を表現しており、直後の重複波状態（ほとんど流速が発生しない）も表現している。

次に、防潮壁を設置した場合の矩形構造物に作用する作用波圧について検討した。ケース④では、作用波圧の算出には有光ら²⁾が提案する手法、すなわち、構造物前面での浸水深 h_f による静水圧と運動量保存則に基づく圧力の和として最大波圧を求める手法を用いた。

$$p(z, t) = \rho g \{ h_f(t) - z \} + \rho u_f(t)^2 \quad (16)$$

ここで、 ρ は流体密度、 g は重力加速度、 z は作用高さ、 t は時間である。ただし、 $h_f < z$ の場合には、作用波圧は発生しないものとし、 $u_f < 0$ の場合には動水圧は発生しないものとする。なお、構造物前面の浸水深および流速の出力位置は、有光ら²⁾と同様に、構造物から2セル離れた位置とした。図-7に矩形構造物前面における作用波圧の時間変化を示す。 $z=0.01m$ においては、水深が浅く流速が速い津波先端部が到達し、動水圧によるピーク値が現れる。一方、 $z=0.07m$ では、津波先端部がこの高さには到達しないため、瞬間的なピーク値は現れない。このように本モデルは、作用波圧の鉛直分布特性を的確に表現できる。続いて、矩形構造物前面での作用高さ z と最大作用波圧 P_{max} の関係（ケース③で得られた進行波の最大浸水深 h_{max} で無次元化）を図-8に示す。計算結果および実験結果は、津波先端部において静水圧の3倍（朝倉ら⁸⁾）を超える傾向が一致しており、鉛直積分型モデルにおいても作用波圧の鉛直分布が的確に再現された。

図-9に $t=3.5$ 秒における水位の空間分布を示す。上側

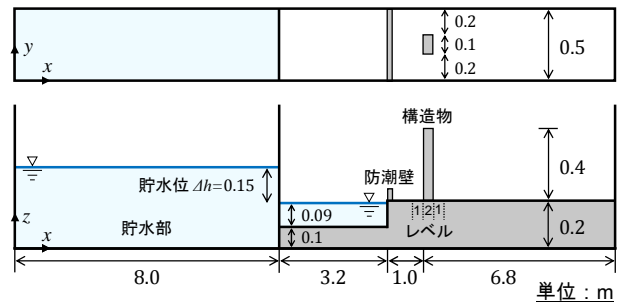


図-5 実験水路の概要 (有光ら, 2012)

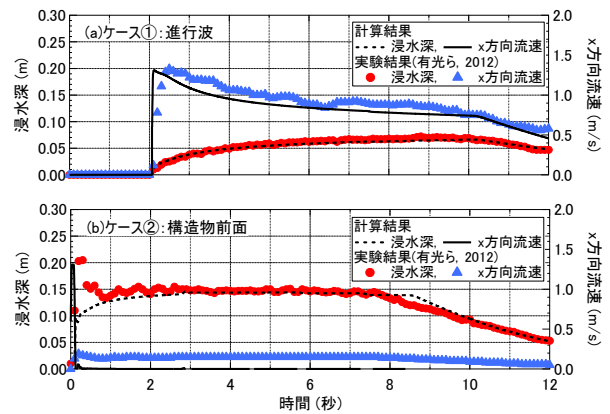


図-6 浸水深・流速の時間変化 (防潮壁なし)

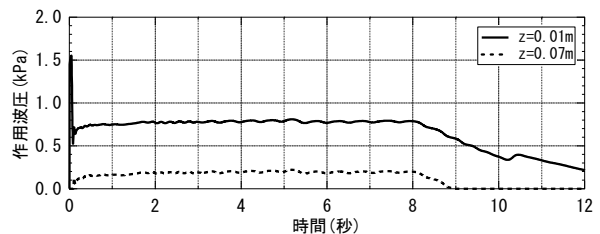


図-7 矩形構造物前面における作用波圧の時間変化 (ケース④)

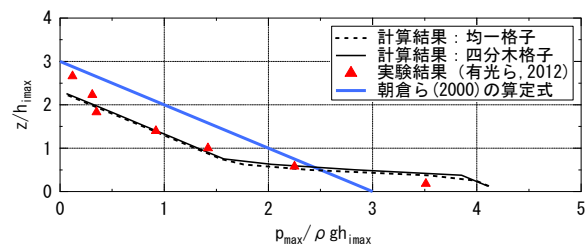


図-8 作用高さと最大作用波圧の関係 (ケース④)

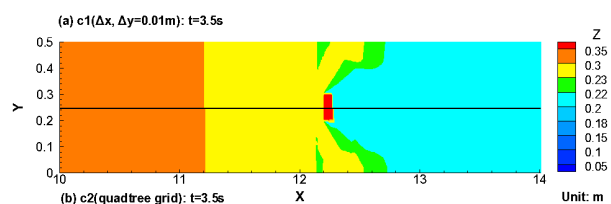


図-9 水位の空間分布 ($t=3.5$ 秒)：ケース④

は、全体を細かな均一格子 ($\Delta x = 0.01\text{m}$)、下側は、粗い格子を構造物周辺で四分木分割 ($\Delta x = 0.04\text{m}$ をベースに2段階)とした結果である。均一格子と四分木格子を比較すると、津波先端位置や全体的な水位分布が一致しており、四分木格子の適用により精度を保ちつつ、計算時間を1/20程度に短縮できることを確認した。

以上、本モデルは、防潮壁を越流する流れ、矩形構造物を回折する平面的な流れが生じるケースにおいて、流況特性(水位、流速、流体力)を良好に再現する安定的な計算が可能である。

(3) 透過性防波柵の背後における津波浸水流解析

さらに、椋田ら³⁾によって行われた、透過性防波柵による津波浸水流の低減効果に関する水理実験と数値解析との比較を行った。実験は、水路(長さ12m×幅0.4m×高さ0.4m)に直立護岸を設置し、貯水位 $h_1 = 25\text{cm}$ 、静水位 $h_2 = 5\text{cm}$ として、段波を発生させ、海域・陸域にて水位と流速を計測し(図-10)、防波柵(高さ10.5cm×幅39.5cm)の有無による浸水流低減効果について検討が行われた。防波柵は、実験では円形の孔(直径4.0~4.5mm)が数多く開いた形状であり、数値解析では遮蔽率に応じて細かな不透過壁を断続的に設置するスリット形状(幅20mm)で模擬した。計算格子サイズは、 $\Delta x = 0.02\text{m}$ をベースに防波柵付近に四分木格子(2段階)を適用した。

図-11は、実験における水面の写真と断面平均した計算結果を比較したものである。なお、実験では、円孔から透過した水塊も撮影されるため柵直後の水面比較は困難である。津波先端部が直立護岸に到達した時刻を $t = t_a$ とした。まず、(a)においては、津波先端部の位置や形状が実験結果と良好に一致している。次に、直立護岸前面で激しく跳ね上がる(b)では、細かな波しぶきは再現されていないものの、全体に実験結果を再現している。続いて、(c)では、進行方向の斜め前方への強い打ちこみや跳ね上がりは表現できず、防波柵前面での反射が強まる形として現れる。ただし、防波柵背後の浸水流先端部位置は、実験結果と良く一致している。(d)では、計算結果は、防波柵と直立護岸による反射が実験結果よりも早く上流側へと伝わる傾向があるものの、重複波の水位や防波柵背後から離れた位置での浸水流は、実験結果と比較的良好に一致している。

浸水深の時間変化について、直立護岸のみの場合(図-12a)および防波柵 $\sigma = 60\%$ を設置した場合(図-12b)ともに、計算結果は、実験結果を平滑化しているものの、津波到達時の水位の立ち上がりや反射、越流を含め定性的・定量的に実験結果を再現している。防波柵背後の浸水深は、W3においては、わずかにピーク値が低く、W4においては、到達が遅れる傾向にあるものの定性的な再

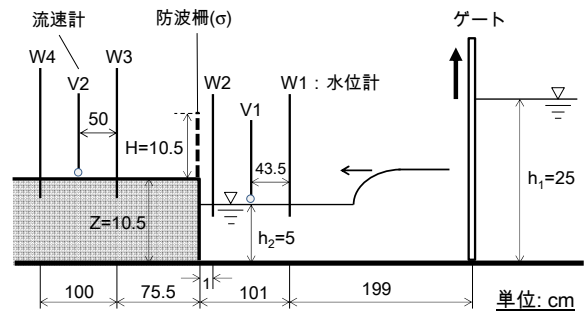


図-10 実験水路の概要(椋田ら, 2013)

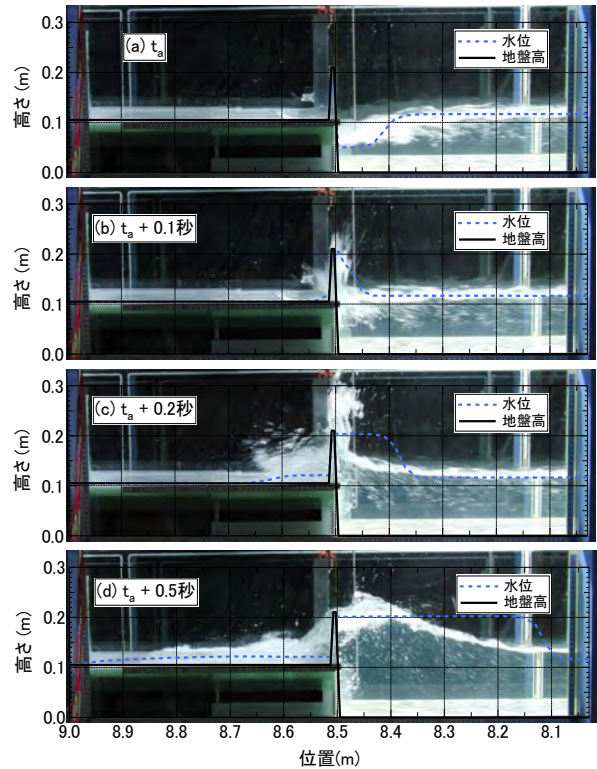


図-11 空間波形の比較(防波柵 $\sigma = 60\%$)

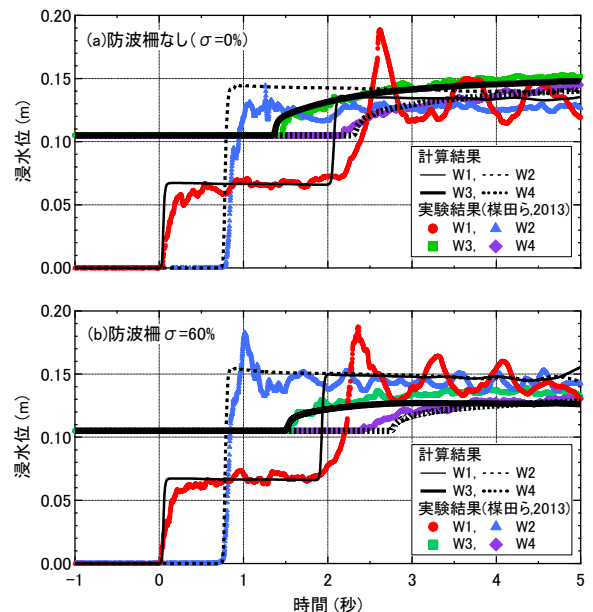


図-12 防波柵周辺水位の時間変化

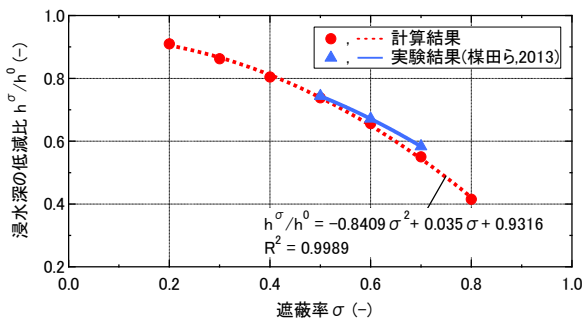


図-13 遮蔽率と浸水深低減比の関係(W4)

現は良好である。

図-13は、W4における浸水深低減比と遮蔽率の関係を示す。浸水深低減比は、各遮蔽率の防波柵を設置した場合の浸水深を、防波柵を設置しない場合の浸水深で無次元化して算出した。遮蔽率の増加に伴う浸水深低減比について、計算結果は実験結果を良好に再現している。

以上、本モデルは、透過性防波柵の浸水深低減効果を的確に再現可能であり、実験を行うことが難しい平面的な流れが生じるケースを検討する上で非常に有効である。

4. 結論

本研究では、四分木格子と有限体積法による鉛直積分型平面2次元の数値モデルを構築し、既往の実験と比較・検証を行った。その結果、本モデルの特徴として、以下のことを示すことができた。

(1) 四分木格子の活用により、精度を保ちながらも計算時間を大幅に短縮でき、高解像度スキームにより、安定かつ的確に計算可能である。特に、細かな解像度(市街地)と粗い解像度(洋上)が混在する津波遡上計算においては、計算時間と精度のバランス面に優れている。

(2) 堰を遡上・越流する流れ、構造物を回折する平面的な流れが生じるケースにおいて、流体特性(水位、流速、流体力)を良好に再現する安定的な計算が可能であ

る。また、構造物に作用する波圧の鉛直分布を的確に表現可能であり、構造物設計においても有効である。

(3) 透過性防波柵周辺の空間的・時間的な流況を定性的・定量的に再現可能であり、防波柵の遮蔽率に応じた浸水流低減効果についても再現できる。また、実験を行うことが難しい平面的な流れが生じるケースを検討する上で、効率的な手法である。

謝辞：本研究は、八千代エンジニアリング株式会社との共同研究として行われた。

参考文献

- 1) Soares, S.: Experiments of dam-break wave over a triangular bottom sill, *Journal of Hydraulic Research*, 45 Extra Issue, pp.19-26, 2007.
- 2) 有光 剛, 大江一也, 川崎浩司: 平面2次元津波遡上計算結果を用いた津波波圧算定方法の提案, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), Vol.68, No.2, pp.781-785, 2012.
- 3) 榎田真也, 斎藤武久, 古路裕子, 中口彰人, 石田啓: 防波柵による津波浸水流の低減効果及び波力に関する実験的研究, 土木学会論文集 B3 (海洋開発), Vol.69, No.2, I_323-I_328, 2012.
- 4) Liang, Q.: Flood simulation using a well-balanced shallow flow model, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 136, pp.669-675, 2010.
- 5) Liang, Q., Borthwick, G.L.A.: Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet-dry fronts over complex topography, *Computers & Fluids*, 38, pp.221-234, 2009.
- 6) Liang, Q., Marche, F.: Numerical resolution of well-balanced shallow water equations with complex source terms, *Advances in Water Resources*, 32, pp.873-884, 2009.
- 7) Liang, Q.: A structured but non-uniform Cartesian grid-based model for the shallow water equations, *Numerical Methods in Fluids*, 66, pp.537-554, 2011.
- 8) 朝倉良介, 岩瀬浩二, 池谷毅, 高尾誠, 金戸俊道, 藤井直樹, 大森政則: 護岸を越流した津波による波力に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第47巻, pp.911-915, 2000.

NUMERICAL SIMULATION OF TSUNAMI RUN-UP AROUND COSTAL STRUCTURES BASED ON FINITE VOLUME METHOD AND QUADTREE GRIDS

Takuya UENO, Masatoshi YUHI, Masazumi AMAKATA, Shinya UMEDA
and Takehisa SAITOH

This paper presents a numerical model based on a finite-volume Godunov-type high-resolution scheme and quadtree grids for tsunami inundation flow around costal structures such as a triangular bump, a rectangular cylinder and a porous vertical barrier. The numerical model is developed based on a well-balanced formulation of nonlinear shallow water equations and the HLLC Riemann solver. The use of quad-tree grids enables the model to substantially reduce the computation time while preserving computation accuracy. The comparison between numerical results and experimental results indicate good agreement on free surface elevation, flow velocity, and water pressure including tsunami run-up, overflow and diffraction around structures. The model is able to accurately reproduce the flow characteristics and reduction effect on tsunami inundation flows behind a porous barrier.