

立地均衡モデルの計算時間効率化のための 最適化手法の比較

杉本 達哉¹・杉浦 聡志²・高木 朗義³

¹正会員 八千代エンジニアリング株式会社 (〒111-8648 東京都台東区浅草橋5-20-8)

E-mail:tt-sugimoto@yachiyo-eng.co.jp

²正会員 北海道大学准教授 工学研究院北方圏環境政策工学部門 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

E-mail:sugiura@eng.hokudai.ac.jp

³正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1番1)

E-mail:a_takagi@gifu-u.ac.jp

人口減少社会では、都市構造や経済活動等といった、都市活動規模の縮退が想定され、長期間に亘り都市空間を占有する社会資本の整備検討には、空間を取り扱った経済モデルによる分析・評価は有用である。一方、データ環境の充実や、将来の不確実性に対するシナリオ設定の複雑化を背景として、モデルの計算負荷が増大傾向にあり、その低減は課題の一つと言える。

本稿では、空間を扱う経済モデルの計算時間効率化を検討することを目的として、杉本らのモデルを対象に、そこで使用される信頼領域法と、深層学習で広く用いられる RMSprop および Adam を最適化計算に適用して比較を行った。この結果、RMSprop や Adam が、学習率の設定によっては、計算時間の効率化に十分貢献することを確認した。

Key Words: location equilibrium, optimization method, deep learning, urban structure

1. はじめに

我が国は人口減少社会の局面にあり¹⁾、また、財政状況は依然として厳しい状況下²⁾にある。このような中で、長期間に亘り都市空間を占有する社会資本を効率的に整備するには、これまで以上に、都市構造や経済活動等といった、空間に依存する現象に着目した検討が必要となると考える。これは人口減少社会において土地利用が疎となることで、社会資本サービスの需要者であり経済活動の主体である、世帯や企業の立地の選択肢が広がるためである。この際、空間を取り扱った経済モデルによる分析・評価は有用であり、そのようなモデルの整備に関しては、これまでも、SCGE モデルや CUE モデル、立地均衡モデル等といったモデルの研究が蓄積されてきた。その内容は安藤・溝上³⁾や小池ら⁴⁾に記載されている。

近年、モデル構築を取り巻く動向として、データ環境の充実や、将来の不確実性に対するシナリオ設定の複雑化がある。これらを背景に、モデル構築にあたり、空間解像度の詳細化や時点の増大が生じ、シミュレーションの最適化計算に数十時間を要するといった⁵⁾、計算負荷

が増している。このため、計算負荷の低減は空間を扱う経済モデル分析の課題の一つと言える。これまでも、モデルの計算効率化は課題として認識されていたものの⁶⁾、論文上、計算方法について記載が少なく、計算負荷の低減に有効な、効率的な演算手法に関する考察は見当たらない。

本稿では、空間を扱う経済モデルの計算時間効率化を検討することを目的に、杉本ら⁵⁾のモデルを対象に、信頼領域法、RMSprop、Adam の3種類の手法による最適化計算を実施して、結果の比較を行う。

2. 比較のための条件設定

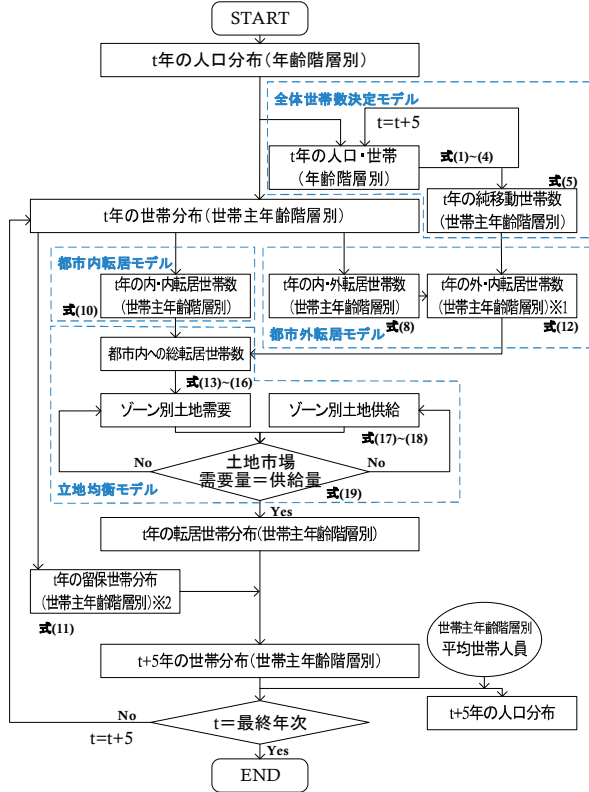
(1) 対象モデル

本稿では、杉本ら⁵⁾のモデルを取り上げてケーススタディを実施する。当該モデルは、土地の需給量が地代変化により一致した時点で立地数が決定される、立地均衡モデルを核として、複数のサブモデルから構成されたモデルである。

モデルの全体構成は図-1のとおりであり、モデルの定式化を表-1～表-4に示す。モデルによる立地数は、式(20)を非線形最小化問題として解くことで求められる。

$$\min_{R_{i,t}} \left[\sum_i (D_{i,t} - K_{i,t})^2 \right] \quad (20)$$

ここで、 i ：ゾーン数、 t ：期、 R ：地代、 D ：土地需要量（式(19a)の左辺）、 K ：土地供給量（式(19a)の右辺）。



※1：純移動世帯数と内・外転居世帯数の合計
 ※2：世帯分布から内・内世帯数および内・外世帯数除いた分布
 図-1 モデルの全体構成

表-1 モデルの定式化：全体世帯数決定モデル

$$POP_{t+5}^{w,m} = POP_t^{w,m} \cdot (S_t^{w,m} + M_t^{w,m}) + POP_t^{w,f} \cdot (S_t^{w,f} + M_t^{w,f}) \quad (1)$$

ただし、 $w=0$ (0~4歳) の場合、

$$POP_t^{w,m} = \sum_{\mu} POP_t^{\mu,f} \cdot r_t \cdot \frac{L_t}{100+L_t} \quad (2)$$

$$POP_t^{w,f} = \sum_{\mu} POP_t^{\mu,f} \cdot r_t - POP_t^{w,m} \quad (3)$$

$$N_t^w = POP_t^{w,m} \cdot \dot{N}_t^{w,m} + POP_t^{w,f} \cdot \dot{N}_t^{w,f} \quad (4)$$

$$G_t^w = POP_t^{w,m} \cdot M_t^{w,m} \cdot \dot{N}_t^{w,m} + POP_t^{w,f} \cdot M_t^{w,f} \cdot \dot{N}_t^{w,f} \quad (5)$$

t ：期、 w ：年齢階層（5歳階級別）、 m ：男性、 f ：女性、 POP ：人口、 M^w ：年齢階層 w から年齢階層 $w+5$ にかけての純移動率、 S^w ：年齢階層 w から年齢階層 $w+5$ にかけての生残率、 μ ：15歳～49歳の年齢階層（5歳階級別）、 L ：出生性比、 N ：世帯数、 \dot{N} ：世帯主率、 r ：子ども女性比、 G ：純移動世帯数。

表-2 モデルの定式化：都市外転居モデル

$$Prob(E_{j,t}^w | \lambda_{j,t}^w) = N_{j,t}^w C_{E_{j,t}^w} (\lambda_{j,t}^w)^{E_{j,t}^w} (1 - \lambda_{j,t}^w)^{N_{j,t}^w - E_{j,t}^w} \quad (6)$$

$$\log \left\{ \frac{\lambda_{j,t}^w}{1 - \lambda_{j,t}^w} \right\} = \varphi(Q^{w,n}) \quad (7)$$

$$N_{out,i,t}^w = N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w \cdot \lambda_{j,t}^w \quad (8)$$

$Prob(E_{j,t}^w | \lambda_{j,t}^w)$ ：年齢 w の世帯主における市町村 j 全体での t 年から $t+5$ 年にかけての都市外への転居率、 E ：都市外への転居数、 λ ：都市外への転居率、 $\varphi(\cdot)$ ：リンク関数、 Q^n ：市町村ダミーのベクトル、 i ：ゾーン、 N_{out} ：内・外転居世帯数、 \bar{S} ：世帯自然増減率（世帯の新規発生および消滅が生じる割合）。

表-3 モデルの定式化：都市内転居モデル

$$P_{i,t}^w = \frac{1}{1 + \exp(V_{i,t}^w + \tau_i^w)} \quad (9)$$

$$N_{i,t}^w = N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w (1 - \lambda_{j,t}^w) \cdot P_{i,t}^w \quad (10)$$

$$\hat{N}_{i,t}^w = N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w - (N_{i,t}^w + N_{out,i,t}^w) \quad (11)$$

$$N_{in,t}^w = G_t^w + \sum_i N_{out,i,t}^w \quad (12)$$

P' ：世帯が内・内転居（都市内転居）を行う確率、 V ：間接効用、 τ ：間接効用以外の地域（ゾーン）の魅力度を示す項目。

表-4 モデルの定式化：立地均衡モデル

$$V_{i,t}^w(U_{i,t}^w) = \max [U_{i,t}^w(x_i^w, b_{i,t}^w, ACC_i^w)] \quad (13a)$$

$$\text{s.t. } px_i^w + R_{i,t} b_{i,t}^w = I_i^w \quad (13b)$$

$$V_{i,t}^w = V_{i,t}^w(I_i^w, R_{i,t}, ACC_i^w) \quad (14)$$

$$e_t^w = \max_{P_{i,t}^w} \left[\sum_i P_{i,t}^w V_{i,t}^w - \frac{1}{\theta^w} \sum_i (P_{i,t}^w \ln P_{i,t}^w) \right] \quad (15a)$$

$$\text{s.t. } \sum_i P_{i,t}^w = 1 \quad (15b)$$

$$P_{i,t}^w = \frac{\exp\{\theta^w \cdot (V_{i,t}^w + \tau_i^w)\}}{\sum_i \exp\{\theta^w \cdot (V_{i,t}^w + \tau_i^w)\}} \quad (16)$$

$$\pi_{i,t} = \max_{K_{i,t}} [R_{i,t} K_{i,t} - C(K_{i,t})] \quad (17a)$$

$$\text{s.t. } C(K_{i,t}) = -\sigma_i \bar{K}_{i,t} \ln \left(1 - \frac{K_{i,t}}{\bar{K}_{i,t}} \right) \quad (17b)$$

$$K_{i,t} = \left(1 - \frac{\sigma_i}{R_{i,t}} \right) \bar{K}_{i,t} \quad (18)$$

$$\sum_w [D_{i,t}^w + b_{i,t}^w \cdot N_{i,t}^w \cdot (\bar{S}_t^w - 1) + b_{i,t}^w \cdot (\sum_i N_{i,t}^w + N_{in,t}^w) \cdot P_{i,t}^w - \dot{b}_{i,t}^w \cdot (N_{out,i,t}^w + N_{i,t}^w)] = \left(1 - \frac{\sigma_i}{R_{i,t}} \right) \cdot \bar{K}_{i,t} \quad (19a)$$

$$\dot{b}_{i,t}^w = \begin{cases} b_{i,t}^w & \text{if } \bar{S}_t^w > 1 \\ D_{i,t}^w / N_{i,t}^w & \text{if } \bar{S}_t^w \leq 1 \end{cases} \quad (19b)$$

$$\dot{b}_{i,t}^w = \begin{cases} \frac{D_{i,t}^w + b_{i,t}^w \cdot N_{i,t}^w \cdot (\bar{S}_t^w - 1)}{N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w} & \text{if } \bar{S}_t^w > 1 \\ D_{i,t}^w / N_{i,t}^w & \text{if } \bar{S}_t^w \leq 1 \end{cases} \quad (19c)$$

V ：間接効用水準、 U ：効用水準、 x ：合成財需要量、 b ：一世帯当たりの土地需要量、 ACC ：交通利便性、 p ：合成財価格、 R ：地代、 I ：所得、 e ：世帯の立地選択における最大期待効用値、 θ ：ロジットパラメータ、 P_i ：世帯がゾーン i を選択する確率、 π ：利潤、 K ：土地供給量、 $C(\cdot)$ ：不在地主の費用関数、 \bar{K} ：土地供給可能量、 σ ：パラメータ、 D_t ： t 期の土地需要量。

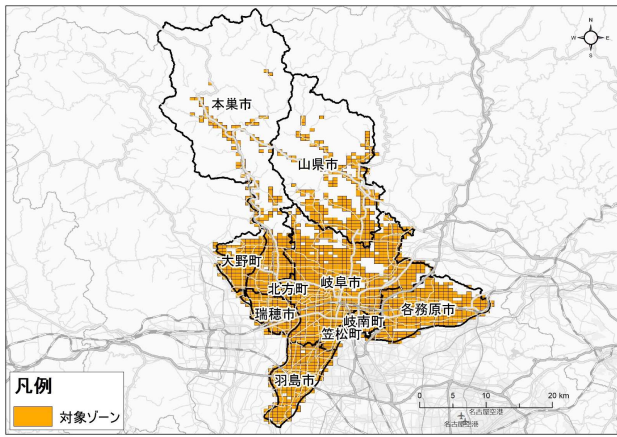


図-2 対象圏域およびゾーン区分

(2) 対象圏域

対象圏域は、図-2 に示す岐阜都市圏の 10 市町（岐阜市、羽島市、各務原市、山県市、瑞穂市、本巣市、岐南町、笠松町、大野町、北方町）とする。

ゾーンは、対象圏域内の 2 分の 1 地域メッシュ（約 500m メッシュ）のうち、2000 年・2005 年・2010 年のいずれかにおいて、国勢調査上、人口が存在するメッシュを対象とし、2,030 ゾーンとする。

(3) データ設定

モデル構築に用いるデータは、先行研究⁹⁾に準じて、各種統計データより作成する。

(4) 計算期間

計算は2000年から2005年にかけての1期間実施する。

3. 最適化手法の比較

(1) 対象とする手法

本検討では、先行研究⁹⁾で使用される信頼領域法を基準として、比較対象は、深層学習で用いられる最適化手法のうち試験的に RMSprop と Adam とした。

ここで信頼領域法とは、基礎的な最適化手法として知られるニュートン法から発展させた手法で、目的関数を近似したモデルが妥当であると思われる領域の大きさを暫定的に与えた上で、探索方向を決定して最適化を図る方法である⁷⁾。RMSprop は、解の更新（学習率：Learning Rate、略して lr）に勾配情報を用いる最急降下法をベースとしており、学習率のスケジューリングを考慮して、その減衰抑制に過去の勾配との指数移動平均を用いた方法である⁸⁾。Adam は RMSprop を改良した方法で、学習率の減衰抑制に、過去の勾配との指数移動平均だけでなく、これに加えて、指数関数的減衰平均も考慮する手法である⁹⁾。

表-5 計算ケース（学習率の設定値）

手法	学習率（太字：一般的な数値） ※探索的に設定
信頼領域法	—
RMSprop	0.01 , 0.05, 0.08, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0
Adam	0.001 , 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 1.0, 5.0, 10, 50, 100

(2) 計算ケースおよび使用パッケージ等

計算ケースの設定にあたり、RMSprop と Adam については、ハイパーパラメータである学習率の数値を変化させた場合を考える。これは、深層学習では学習率によって学習速度（収束速度）が異なることが知られており、適用場面に合わせてその都度調整される数値のためである。本検討では、一般的な学習率の数値（RMSprop：0.01、Adam：0.001）を踏まえて、表-5 のとおり、探索的に学習率を設定した。

また、計算実施にあたり、信頼領域法は、科学技術計算ライブラリ SciPy のパッケージの一つである optimize を用いた。RMSprop と Adam は、機械学習ライブラリ PyTorch のパッケージの一つである optim を用いた。

なお、本検討の計算環境はプロセッサ：Intel Xeon E3-1505M V6、RAM：32GB、OS：Windows10 Pro 64bit である。

(3) 比較指標および収束条件

比較指標は、A：式(20)から計算されるゾーン別の土地需要量と土地供給量の差分の二乗の総計（以下、残差二乗和という）、B：ゾーン別の土地需要量と土地供給量の差分の二乗の最大値（以下、最大残差二乗という）、C：計算時間、の3種類とする。このうち、A・Bはその値が小さければ、土地の需要量と供給量が整合しており、より優良な解が得られていることとなる。このため、後述の比較の中で、信頼領域法を適用した場合の残差二乗和と計算時間の両方を下回る値となれば、より優良な解を持ち、かつ、計算時間を低減させたケースであることを示す。

式(20)の最小化問題を解くにあたっての収束条件は、最大残差二乗が 40,000 を下回ることとした。これは、一ゾーンあたり一世帯の誤差を許容し、統計情報¹⁰⁾から、対象圏域における一世帯あたりの平均土地需要量を 200 m² と仮定したためである。なお、RMSprop と Adam は、繰り返し計算回数の上限を 40,000 回とした。

(4) 結果の比較

比較にあたり、まず、学習率の数値を一般的な設定とした場合の RMSprop と Adam を対象に比較を行う。その上で、収束時点での最大残差二乗および計算時間について、全ケースの比較を行う。

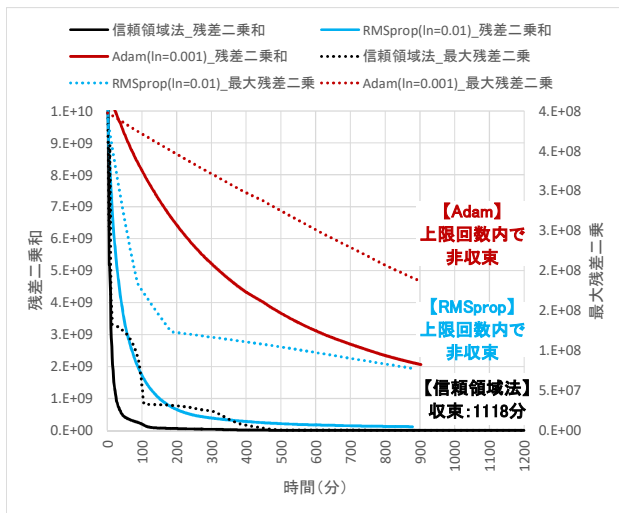


図3 一般的な学習率のRMSprop・Adamと信頼領域法の比較

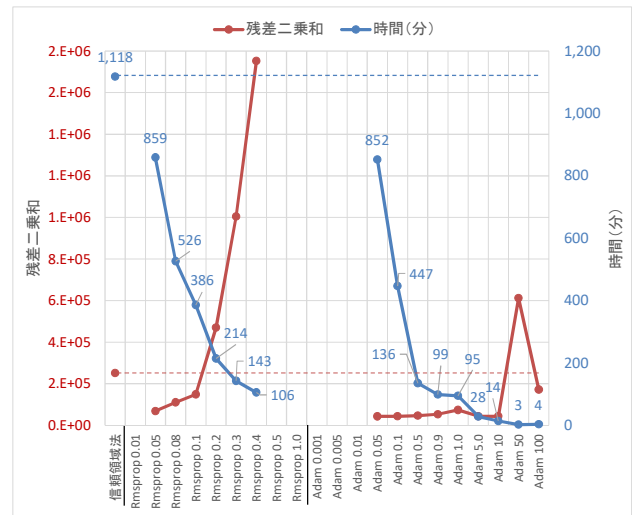


図4 各ケースの収束時点の残差二乗和・計算時間の比較

表6 各ケースの残差二乗和・計算時間の改善状況

RMSprop 学習率	改善状況		Adam 学習率	改善状況	
	残差 二乗和	計算 時間		残差 二乗和	計算 時間
0.01	—	—	0.001	—	—
0.05	○	○	0.005	—	—
0.08	○	○	0.01	—	—
0.1	○	○	0.05	○	○
0.2		○	0.1	○	○
0.3		○	0.5	○	○
0.4		○	0.9	○	○
0.5	—	—	1.0	○	○
1.0	—	—	5.0	○	○
			10	○	○
			50		○
			100	○	○

○：信頼領域法よりも改善
—：非収束

a) 残差二乗和・最大残差二乗の推移

信頼領域法とRMSprop (lr=0.01), Adam (lr=0.001)について、残差二乗和と最大残差二乗の時間経過を図-3に示す。結果として、信頼領域法では収束までに1,118分(約18.5時間)を要した。一方、RMSpropとAdamは、一般的な学習率の設定では、繰り返し計算の上限回数内では収束に至らなかった。

以上より、深層学習の手法を用いる場合は、本検討の場合でも、学習率の調整が必要であることを確認した。

b) 収束時点の残差二乗和・計算時間の比較

最大残差二乗が40,000を下回った収束時点での各ケースの残差二乗和・計算時間を図-4に示す。これを基に、信頼領域法からの改善状況をまとめたものを表-6に示す。

以上より、RMSpropはlr=0.05, 0.08, 0.1, Adamはlr=0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 1.0, 5.0, 10, 100の全11ケースで、残差二乗和・計算時間ともに改善することを確認した。なかでも、RMSpropは学習率0.1が最も速く、計算時間は386分(信頼領域法より約65%減)となった。同様に、Adamは学習率100が最も速く、計算時間は4分(同約99%減)となった。ここから、学習率の設定によっては、RMSpropやAdamの適用は、立地均衡モデルの計算時間効率化に対して、十分な貢献が期待できると言える。

4. おわりに

本稿では、空間を扱う経済モデルのうち杉本ら⁵⁾のモデルを対象に、計算時間効率化の検討を目的に最適化手法の比較を行った。その結果、RMSpropやAdamといった深層学習の手法を用いることで、従来方法と比較して、計算時間が効率化され、かつ、より優良な解となることを確認した。本稿の検討は一事例に過ぎず一般性があるかは別途検討の必要はあるものの、経済モデルに対する深層学習の最適化手法の適用可能性は示せたと考える。

参考文献

- 総務省統計局：平成27年国勢調査人口等基本集計結果, 2016.
- 内閣府：令和元年度年次経済財政報告, 2019.
- 安藤朝夫・溝上章志：土木計画学における均衡概念と応用一般均衡(AGE)分析, 土木計画学研究・論文集, No.11, pp. 29-40, 1993.
- 小池淳司・石倉智樹・堤盛人：特集『土木計画における経済均衡モデル研究の最新動向：応用一般均衡モデルと応用都市経済モデル』, 土木学会論文集 D3(土木計画学), Vol.68, No.4, pp.285-290, 2012.
- 杉本達哉・杉浦聡志・高木朗義：自動運転車の普及が将来の都市構造へ与える影響の定量的分析：立地均衡モデルの適用, 土木計画学研究発表会・講演集, Vol.60, 2019.
- 堤盛人・山崎清・小池淳司・瀬谷創：応用都市経済モデルの課題と展望, 土木学会論文集D3, Vol.68, No.4, pp.344-357, 2012.
- 矢部博：工学基礎最適化とその応用, 数理工学社, 2006.
- Hinton, G : Neural Networks for Machine Learning Lecture 6a Overview of mini-batch gradient descent, 2012.
- Kingma, D and Ba, J : Adam: A method for stochastic optimization, In ICLR, 2015.
- 総務省統計局：平成30年住宅・土地統計調査, 2019.