

# 立地均衡モデルの計算時間効率化のための最適化手法の比較

杉本 達哉<sup>1</sup>・杉浦 聡志<sup>2</sup>・高木 朗義<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 八千代エンジニアリング株式会社 (〒111-8648 東京都台東区浅草橋5-20-8)  
E-mail:tt-sugimoto@yachiyo-eng.co.jp (Corresponding Author)

<sup>2</sup>正会員 北海道大学准教授 工学研究院土木工学部門 (〒060-8628 北海道札幌市北区北13条西8丁目)  
E-mail:sugiura@eng.hokudai.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 岐阜大学教授 工学部社会基盤工学科 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1番1)  
E-mail:a\_takagi@gifu-u.ac.jp

人口減少社会では、都市構造や経済活動等といった、都市活動規模の縮退が想定される中、長期間に亘り都市空間を占有する社会資本の整備検討には、空間を取り扱った経済モデルによる分析・評価は有用である。一方、データ環境の充実や、将来の不確実性に対するシナリオ設定の複雑化を背景として、モデルの計算負荷が増大傾向にあり、その低減は課題の一つと言える。

本稿では、空間を扱う経済モデルの計算時間効率化を検討することを目的として、杉本らのモデルを対象に、深層学習で広く用いられる RMSprop および Adam を最適化計算に適用して、既存適用手法による結果との比較を行った。この結果、計算時間が最大で 99%短縮することを確認し、計算時間の効率化に十分貢献することを示した。

**Key Words:** location equilibrium, optimization method, deep learning, urban structure

## 1. はじめに

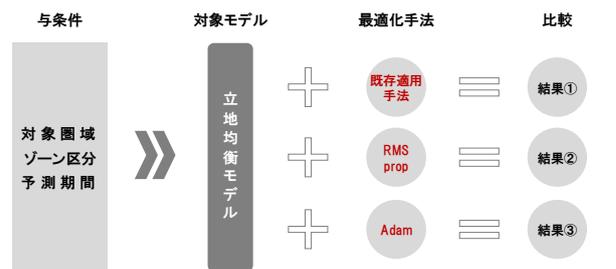
我が国は人口減少社会の局面にあり<sup>1)</sup>、また、財政状況は依然として厳しい状況下<sup>2)</sup>にある。このような中で、長期間に亘り都市空間を占有する社会資本を効率的に整備するには、これまで以上に、都市構造や経済活動等といった、空間に依存する現象に着目した検討が必要となると考える。これは人口減少社会において土地利用が疎となることで、社会資本サービスの需要者であり経済活動の主体である、世帯や企業の立地の選択肢が広がるためである。この際、空間を取り扱った経済モデルによる分析・評価は有用であり、そのようなモデルの整備に関しては、これまでも、SCGE モデルや CUE モデル、立地均衡モデル等といったモデルの研究が蓄積されてきた。その内容は安藤・溝上<sup>3)</sup>や小池ら<sup>4)</sup>に記載されている。

近年、モデル構築を取り巻く動向として、データ環境の充実や、将来の不確実性に対するシナリオ設定の複雑化がある。これらを背景に、モデル構築にあたり、空間解像度の詳細化や時点の増大が生じ、シミュレーションの最適化計算に相当な時間を要するといった<sup>5)</sup>、計算負荷が増している。このことは、今後のモデル分析の展開

にあたっての障害要因となっており、計算負荷の低減は空間を扱う経済モデル分析の課題の一つと言える。これまでも、モデルの計算効率化は課題として認識されていたものの<sup>6)</sup>、論文上、計算方法について記載が少なく、計算負荷の低減に有効な、効率的な演算法に関する考察は見当たらない。

本稿では、空間を取り扱う経済モデルの計算時間効率化を検討することを目的に、杉本ら<sup>5)</sup>のモデルを対象として、既存適用手法に加えて、RMSprop, Adam の各々の手法による最適化計算を実施して、結果の比較を行う(図-1)。

目的:計算時間効率化を検討



計算時間を比較

図-1 本稿の目的と検討内容

## 2. 本稿の位置づけ

本章では、本稿の位置づけを明確にするため、土木分野における空間を取り扱った経済モデルに関する既往研究のレビューを行う。それを踏まえて、本稿の特徴を整理する。

### (1) 既往研究のレビュー

本稿と同様に、空間を取り扱う経済モデルの計算時間効率化に課題認識を持っているものとして、堤ら<sup>9)</sup>、鈴木ら<sup>7)</sup>、杉本ら<sup>8)</sup>がある。堤ら<sup>9)</sup>は、CUEモデルのより一層の発展を目的として、CUEモデルの課題と展望を整理している。このうち、実証分析上の課題に、A：データ利用の精緻化、B：設定するゾーンや主体の細分化、次いで、C：均衡計算の効率化を挙げている。また、課題「B」のボトルネックとして、計算負荷を挙げている。鈴木ら<sup>7)</sup>は、マイクロシミュレーションを用いて、富山市を対象とした都市内人口分布の将来予測を行っている。ここでのシミュレーション結果の考察として、40万人規模の計算が可能であることと併せて、計算に時間を要することを記述している。杉本ら<sup>8)</sup>は、立地均衡モデルを用いて、富山市都市圏を対象に将来人口分布のシミュレーションを行っている。ここでは計算に相当な時間がかかったことを踏まえて、計算の効率化を今後の課題に挙げている。以上のように、既往研究においても、計算時間の効率化は、空間を取り扱った経済モデルの課題の一つとして認識されていることが確認できる。さらに、上記堤ら<sup>9)</sup>の課題「C」を踏まえると、今後、より詳細なモデル化に対する要請が高まることで、計算時間がモデル分析上の阻害要因となることが推察され、計算負荷低減の方策を検討することは重要と考える。

次に、論文上、モデル計算での解の更新方法や計算時間を記載した既往研究について、対象圏域、ゾーン数、適用モデル、解の更新方法、計算環境、計算時間をまとめたものを表-1に示す。表-1のとおり、対象となる既往研究は限られる。このうち、林・富田<sup>9)</sup>、鈴木ら<sup>7)</sup>はマイクロシミュレーションを用いて計算を実施しており、ともに計算時間を記載している。林・富田<sup>9)</sup>でのシミュレーションの計算時間は、1期あたり17秒であり、計算処理の時間が比較的短い。これはゾーン数が比較的少ないことや超大型コンピュータを使用しているためと考える。一方、鈴木ら<sup>7)</sup>のシミュレーションでは1期あたり所要時間10時間（OS：Windows7、CPU：Intel Xeon、メモリ：32GB、開発環境：Eclipse Ver4.3）と一定の時間を要している。これはゾーン数が増加し、かつ、計算環境として一般的なPCを用いていることが影響していると考えられる。上田<sup>10)</sup>は、標準的なSCGEモデルやCUEモデルに関する構造や適用方法をまとめたテキストである。

表-1 計算条件に着目した既往研究の整理

著者 (公表年)	対象圏域 (ゾーン数)	適用 モデル	解の 更新	計算環境	計算 時間※
林・富田 <sup>9)</sup> (1988)	名古屋 都市圏 (14)	マイクロシ ミュレーシ ョン	—	FACOMM- 382	17秒
上田 <sup>10)</sup> (2008)	仮想空間 (9)	CUE モデル	ワルラ ス探索	—	—
	全国 (2)	SCGE モデル	ワルラ ス探索	—	—
今井・佐藤 <sup>11)</sup> (2015)	富山市 (1km mesh)	立地均衡 モデル	ワルラ ス探索	—	—
今井ら <sup>12)</sup> (2016)	富山市 (500m mesh)	立地均衡 モデル	信頼領 域法	—	—
鈴木ら <sup>7)</sup> (2016)	富山市 (82)	マイクロシ ミュレーシ ョン	—	CPU：Intel Xeon	10時間
杉本ら <sup>8)</sup> (2018)	富山都市圏 (979)	立地均衡 モデル	準ニュ ートン 法	—	—
杉本ら <sup>8)</sup> (2019)	岐阜都市圏 (2030)	立地均衡 モデル	信頼領 域法	—	—

※1期あたりの計算時間

ここでは、SCGEモデルとCUEモデルを対象に、解の更新方法として、財の需要量と供給量の超過状況から調整を行う、ワルラス探索を用いた方法を紹介している。今井・佐藤<sup>11)</sup>、今井ら<sup>12)</sup>、杉本ら<sup>8)</sup>は同様に、立地均衡モデルを用いて計算を実施している。一方、解の更新方法としては、ワルラス探索、準ニュートン法、信頼領域法と異なる手法をとっている。このことから、論文上計算時間の記載はないものの、ゾーン数が増加することで計算時間が増加し、より効率的な解の更新方法を適用する必要性が生じたことが推察される。

以上のように、限られた既往研究の中では効率的な演算法に関する考察を見ることはできない。加えて、解の更新方法には一般的な最適化手法を用いている例が多い。最適化手法に関しては、近年、深層学習の分野において数多くの研究実績がある。そこでは効率的なパラメータ推定のための手法が数多く紹介されている。このことを踏まえると、最適化手法の選択において改善の余地があると考えられる。

### (2) 本稿の特徴

以上より、本稿の特徴を以下にまとめる。

- 空間を取り扱う経済モデルの課題の一つである、計算時間の効率化の解決に資する検討を行った。
- 同一モデルを対象に、同じ条件の下で複数の手法により、最適化計算を実施し、比較を行った。
- 比較では、最適化計算の手法に、既往研究では使用されていない、深層学習に用いられる最適化手法を適用した。

### 3. 比較のための条件設定

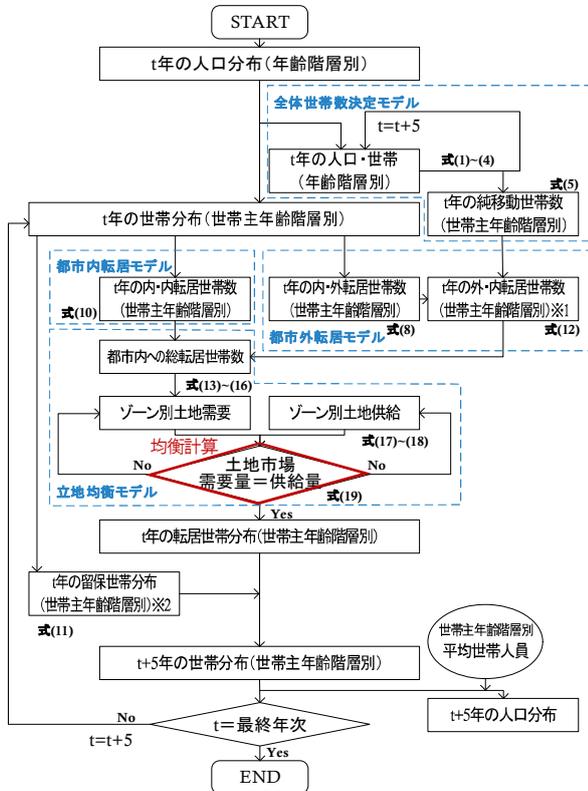
#### (1) 対象モデル

本稿では、杉本ら<sup>9)</sup>のモデルを取り上げてケーススタディを実施する。当モデルは、立地均衡モデルを核として、複数のモデルから構成されたものである。立地均衡モデルとは、経済活動のうち、土地市場のメカニズムをモデル化したものである。モデルでは、世帯行動から生じる土地の需要量と、地主行動から生じる土地の供給量が、地代の変動により変化することを表現できる。この地代の変動により、土地の需給量が一致した時点で、土地市場が均衡状態となり、各ゾーンの立地数が決定される。この均衡状態を求めるための計算に最適化手法が必要となる。

モデルの全体構成は図-2のとおりであり、モデルの定式化を表-1~表-5に示す。モデルによる各ゾーンの立地数は、式(20)を非線形最小化問題として解くことで求められる。式(20)は表-1~表-5で示される複数の数式を連結したものであり、複雑な構造となる。

$$\min_{R_{i,t}} \left[ \sum_i (D_{i,t} - K_{i,t})^2 \right] \quad (20)$$

ここで  $i$  : ゾーン数,  $t$  : 期,  $R$  : 地代,  $D$  : 土地需要量 (式(19a)の左辺),  $K$  : 土地供給量 (式(19a)の右辺)。



※1: 純移動世帯数と内・外転居世帯数の合計

※2: 世帯分布から内・内世帯数および内・外世帯数除いた分布

図-2 モデルの全体構成

表-1 モデルの定式化: 全体世帯数決定モデル

$$POP_{t+5}^{w,m} = POP_t^{w,m} \cdot (S_t^{w,m} + M_t^{w,m}) + POP_t^{w,f} \cdot (S_t^{w,f} + M_t^{w,f}) \quad (1)$$

ただし,  $w=0$  (0~4歳) の場合,  
 $POP_t^{w,m} = \sum_{\mu} POP_t^{\mu,f} \cdot r_t \cdot \frac{L_t}{100+L_t}$  (2)

$$POP_t^{w,f} = \sum_{\mu} POP_t^{\mu,f} \cdot r_t - POP_t^{w,m} \quad (3)$$

$$N_t^w = POP_t^{w,m} \cdot \hat{N}_t^{w,m} + POP_t^{w,f} \cdot \hat{N}_t^{w,f} \quad (4)$$

$$G_t^w = POP_t^{w,m} \cdot M_t^{w,m} \cdot \hat{N}_t^{w,m} + POP_t^{w,f} \cdot M_t^{w,f} \cdot \hat{N}_t^{w,f} \quad (5)$$

$t$  : 期,  $w$  : 年齢階層 (5歳階級別),  $m$  : 男性,  $f$  : 女性,  $POP$  : 人口,  $M^w$  : 年齢階層  $w$  から年齢階層  $w+5$  にかけての純移動率,  $S^w$  : 年齢階層  $w$  から年齢階層  $w+5$  にかけての生残率,  $\mu$  : 15歳~49歳の年齢階層 (5歳階級別),  $L$  : 出生性比,  $N$  : 世帯数,  $\hat{N}$  : 世帯主率,  $r$  : 子ども女性比,  $G$  : 純移動世帯数。

表-2 モデルの定式化: 都市外転居モデル

$$Prob(E_{j,t}^w | \lambda_{j,t}^w) = N_{j,t}^w C_{E_{j,t}^w} (\lambda_{j,t}^w)^{E_{j,t}^w} (1 - \lambda_{j,t}^w)^{N_{j,t}^w - E_{j,t}^w} \quad (6)$$

$$\log \left\{ \frac{\lambda_{j,t}^w}{1 - \lambda_{j,t}^w} \right\} = \varphi(Q^{w,n}) \quad (7)$$

$$N_{out,i,t}^w = N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w \cdot \lambda_{j,t}^w \quad (8)$$

$Prob(E_{j,t}^w | \lambda_{j,t}^w)$  : 年齢  $w$  の世帯主における市町村全体での  $t$  年から  $t+5$  年にかけての都市外への転居率,  $E$  : 都市外への転居数,  $\lambda$  : 都市外への転居率,  $\varphi(\cdot)$  : リンク関数,  $Q^n$  : 市町村ダミーのベクトル,  $i$  : ゾーン,  $N_{out}$  : 内・外転居世帯数,  $\bar{S}$  : 世帯自然増減率 (世帯の新規発生および消滅が生じる割合)。

表-3 モデルの定式化: 都市内転居モデル

$$P_{i,t}^{w'} = \frac{1}{1 + \exp(V_{i,t}^w + \tau_i^w)} \quad (9)$$

$$N_{i,t}^{w'} = N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w (1 - \lambda_{j,t}^w) \cdot P_{i,t}^{w'} \quad (10)$$

$$\hat{N}_{i,t}^w = N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w - (N_{i,t}^{w'} + N_{out,i,t}^w) \quad (11)$$

$$N_{in,t}^w = G_t^w + \sum_i N_{out,i,t}^w \quad (12)$$

$P'$  : 世帯が内・内転居 (都市内転居) を行う確率,  $V$  : 間接効用,  $\tau$  : 間接効用以外の地域 (ゾーン) の魅力度を示す項目。

表-4 モデルの定式化: 立地均衡モデル

$$V_{i,t}^w(U_{i,t}^w) = \max[U_{i,t}^w(x_i^w, b_{i,t}^w, ACC_i^w)] \quad (13a)$$

$$\text{st. } px_i^w + R_{i,t} b_{i,t}^w = I_i^w \quad (13b)$$

$$V_{i,t}^w = V_{i,t}^w(I_i^w, R_{i,t}, ACC_i^w) \quad (14)$$

$$e_t^w = \max_{P_{i,t}^{w'}} \left[ \sum_i P_{i,t}^{w'} V_{i,t}^w - \frac{1}{\theta^w} \sum_i (P_{i,t}^{w'} \ln P_{i,t}^{w'}) \right] \quad (15a)$$

$$\text{st. } \sum_i P_{i,t}^{w'} = 1 \quad (15b)$$

$$P_{i,t}^w = \frac{\exp\{\theta^w \cdot (V_{i,t}^w + \tau_i^w)\}}{\sum_i \exp\{\theta^w \cdot (V_{i,t}^w + \tau_i^w)\}} \quad (16)$$

$$\pi_{i,t} = \max_{K_{i,t}} [R_{i,t} K_{i,t} - C(K_{i,t})] \quad (17a)$$

$$\text{st. } C(K_{i,t}) = -\sigma_i \bar{K}_{i,t} \ln \left( 1 - \frac{K_{i,t}}{\bar{K}_{i,t}} \right) \quad (17b)$$

表-5 モデルの定式化：立地均衡モデル（続き）

$$K_{i,t} = \left(1 - \frac{\sigma_i}{R_{i,t}}\right) \bar{K}_{i,t} \quad (18)$$

$$\sum_w [D_{i,t}^w + \dot{b}_{i,t}^w \cdot N_{i,t}^w \cdot (\bar{S}_t^w - 1) + b_{i,t}^w \cdot (\sum_i N_{i,t}^w + N_{in,t}^w) \cdot P_{i,t}^w - \dot{b}_{i,t}^w \cdot (N_{out,i,t}^w + N_{i,t}^w)] = \left(1 - \frac{\sigma_i}{R_{i,t}}\right) \cdot \bar{K}_{i,t} \quad (19a)$$

$$\dot{b}_{i,t}^w = \begin{cases} b_{i,t}^w & \text{if } \bar{S}_t^w > 1 \\ D_{i,t}^w / N_{i,t}^w & \text{if } \bar{S}_t^w \leq 1 \end{cases} \quad (19b)$$

$$\dot{b}_{i,t}^w = \begin{cases} \frac{D_{i,t}^w + b_{i,t}^w \cdot N_{i,t}^w \cdot (\bar{S}_t^w - 1)}{N_{i,t}^w \cdot \bar{S}_t^w} & \text{if } \bar{S}_t^w > 1 \\ D_{i,t}^w / N_{i,t}^w & \text{if } \bar{S}_t^w \leq 1 \end{cases} \quad (19c)$$

V：間接効用水準，U：効用水準，x：合成財需要量，b：一世帯当たりの土地需要量，ACC：交通便利性，p：合成財価格，R：地代，I：所得，e：世帯の立地選択における最大期待効用値，θ：ロジットパラメータ，P<sub>i</sub>：世帯がゾーンiを選択する確率，π：利潤，K：土地供給量，C(·)：不在地主の費用関数， $\bar{K}$ ：土地供給可能量，σ：パラメータ，D<sub>t</sub>：t期の土地需要量。

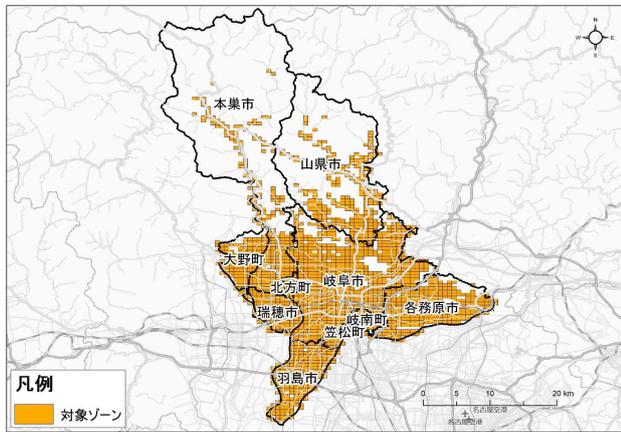


図-3 対象圏域およびゾーン区分

(2) 対象圏域・ゾーン区分および計算期間

対象圏域およびゾーン区分は、杉本ら<sup>8)</sup>と同条件とする。具体的には、対象圏域は、図-3に示す岐阜都市圏の10市町（岐阜市、羽島市、各務原市、山県市、瑞穂市、本巣市、岐南町、笠松町、大野町、北方町）とする。なお、圏域内の人口・世帯数は、2015年時点で人口823,219人、世帯317,114人である。ゾーンは、対象圏域内の2分の1地域メッシュ（約500mメッシュ）を対象とする。ただし、2000年・2005年・2010年のいずれにおいても、国勢調査上、人口が存在しないメッシュは対象外とし、対象ゾーン数は2,030ゾーンとする。計算期間は2000年から2005年にかけての1期間とする。

(3) データ設定

モデル構築に用いるデータは先行研究である杉本ら<sup>9)</sup>に準じて、各種統計データより作成する。表-6に、使用するデータの種類およびデータの作成方法の概要を示す。

表-6 データ種類およびデータ作成概要

単位	データ種類	データ作成概要	
対象圏域全体	対象圏域人口（男女年齢別）POP	・国勢調査における市町村別人口および国立社会保障・人口問題研究所公表の市町村別将来人口を集計	
	対象圏域世帯数（世帯主年齢別）N	・国勢調査における市町村別世帯数を集計	
	対象圏域世帯主率（世帯主年齢別） $\dot{N}$	・対象圏域世帯数を対象圏域人口で除すことで算定	
	対象圏域生残率（男女年齢別）S	・厚生労働省の生命表の定常人口より算定	
	対象圏域純移動世帯数（世帯主年齢別）G	・対象圏域人口により人口の純移動数を算定 ・算定した純移動数に世帯主率を乗じて算定	
	世帯自然増減率 $\bar{S}$	・世帯増減数から純移動世帯数を差し引いた値を世帯数で除すことで算定	
	都市外転居数（世帯主年齢別） $N_{out}$	・国勢調査における市町村別転出数のうち、転出先が対象圏域外であるものを集計	
	都市内転居数（世帯主年齢別） $N_{in}$	・国勢調査における市町村別転出数のうち、転出先が対象圏域内であるものを集計	
	ゾーン	ゾーン別人口（男女年齢別）	・国勢調査（統計GIS）における町丁目単位の5歳階級別人口を500mメッシュ単位の総人口を用いて按分することで算定
		ゾーン別世帯数 $N_i$	・市町村別の世帯主率をゾーン別人口に乗じて算定
ゾーン別純移動世帯数		・2000年のゾーン別世帯数に世帯自然増減率を乗じて封鎖世帯数を算定 ・2005年の世帯数から封鎖世帯数を差し引くことで算定	
ゾーン別平均世帯人員		・同一市町村内は一律として、市町村別世帯人員を市町村別世帯数で除して算定	
ゾーン別地代 $R_i$		・都道府県地価ポイントデータを用いてkrigingにより地価を推計 ・推計地価に国債利回りを乗じて算定	
ゾーン別所得		・賃金構造基本統計調査における都道府県別の現金給与額等から算定	
ゾーン別土地供給面積 $K_i$		・国勢調査における町丁目別延べ面積を世帯数で按分してゾーン別集計 ・ゾーン別延べ面積を容積率で除して算定	
ゾーン別土地供給可能面積 $\bar{K}_i$		・国土数値情報の土地利用細分メッシュより算定	
ゾーン別一世帯あたり土地需要面積 $b_i$		・土地供給面積を年齢別の世帯人員数で按分し、世帯数で除して算定	
目的地までの所要時間		・ゾーン重心点から施設までの距離を速度で除して算定	

#### (4) パラメータの推定

モデル構築にあたり、土地供給パラメータ $\sigma$ 、土地需要パラメータ ( $b$ を決定するパラメータ)、都市外転居パラメータ ( $\varphi$ に含まれるパラメータ)、立地選択関連パラメータ ( $V$ に含まれるパラメータおよび $\tau$ )の推定が必要となる。

推定方法の詳細は杉本ら<sup>8)</sup>に譲るが、土地供給パラメータはキャリブレーション、土地需要パラメータは最小二乗法、都市外転居パラメータは最尤法、立地選択関連パラメータは最小化問題を解くことにより推定を行った。

### 4. 最適化手法の比較

#### (1) 対象とする手法

本検討では、既存研究で使用されている標準的な最適化手法のうち、信頼領域法を対象とする。加えて、深層学習で用いられる最適化手法のうち主なものとして RMSprop, Adam を対象とする。深層学習では複雑なモデル構造を対象にパラメータ設定を行う必要がある。その設定に用いる最適化手法は効率的にパラメータ設定することに長けている。本稿ではこの特徴に期待して、深層学習に用いられる手法を検討対象とする。

#### a) 各手法の関係性

最適化手法は、大別して直線探索法と信頼領域法に分類される<sup>13)</sup>。直線探索法は、解の探索にあたり、降下方向を決定した上でステップ幅を決定させる方法である。一方、信頼領域法は、探索幅を決定した上で降下方向を決定する方法であり、解の探索にあたっての順序が異なる。RMSprop や Adam は、直線探索法のうち最急降下法に確率的な考え方を導入した SGD (確率的勾配降下法) をさらに発展させた手法に位置づけられる。

#### b) RMSprop の概要

RMSprop は、学習率のスケジューリングを考慮して、その減衰抑制に過去の勾配との指数移動平均を用いた方法である<sup>14)</sup>。SGD が解の更新に勾配と学習率のみ考慮する手法であることを踏まえると、学習率を移動平均で調整している部分が RMSprop の特徴と言える。これにより、勾配が緩やかな部分に差し掛かった場合、解の更新ステップが大きくなるため、効率的な解の更新が期待できる。RMSprop の解の更新方法を式(21)に示す。

$$\omega_{t+1} = \omega_t - \frac{\eta}{\sqrt{\hat{v}_t + \varepsilon}} \frac{\partial C}{\partial \omega_t} \quad (21a)$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + (1 - \rho) \left( \frac{\partial C}{\partial \omega_t} \right)^2 \quad (21b)$$

ここで、 $\omega$  : パラメータ、 $t$  : 更新回数、 $\eta$  : 学習率、 $\varepsilon$  : 微小な定数、 $C$  : 目的関数、 $\rho$  : ハイパーパラメータ。

#### c) Adam の概要

Adam は、RMSprop を改良した方法で、学習率の減衰抑制に、過去の勾配との指数移動平均だけでなく、これに加えて、指数関数的減衰平均も考慮する手法である<sup>15)</sup>。これにより、解の振動が抑制されるため、目的関数が複雑な場合でも上手く解が更新されることが期待できる。Adam の解の更新方法を式(22)に示す。

$$\omega_{t+1} = \omega_t - \frac{\eta}{\sqrt{\hat{v}_t + \varepsilon}} \hat{m}_t \quad (22a)$$

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \rho_1} \quad (22b)$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \rho_2} \quad (22c)$$

$$m_t = \rho_1 m_{t-1} + (1 - \rho_1) \frac{\partial C}{\partial \omega_t} \quad (22d)$$

$$v_t = \rho_2 v_{t-1} + (1 - \rho_2) \left( \frac{\partial C}{\partial \omega_t} \right)^2 \quad (22e)$$

ここで、 $\rho_1, \rho_2$  : ハイパーパラメータ。

#### (2) 計算ケースおよび使用パッケージ等

計算ケースの設定にあたり、RMSprop と Adam については、ハイパーパラメータである学習率 (LearningRate, 略して lr) の数値を変化させた場合を考える。これは、深層学習では学習率によって学習速度 (収束速度) が異なることが知られており、適用場面に合わせてその都度調整される数値のためである。また、学習率は、解の更新幅に影響を与え、値が大きいほど解の更新幅は大きくなる。ただし、RMSprop や Adam では、解の更新幅は勾配と指数移動平均等も考慮するため、学習率が高い場合でも、解の更新幅の大きさが持続するとは限らない。

本検討では、一般的な学習率の数値 (RMSprop : 0.01, Adam : 0.001) を踏まえて、表-7 のとおり、探索的に学習率を設定した。また、計算実施にあたり、信頼領域法には、科学技術計算ライブラリ SciPy のパッケージの一つである optimize を用いた。RMSprop と Adam には、機械学習ライブラリ PyTorch のパッケージの一つである optim を用いた。計算環境は、プロセッサ : Intel Xeon E3-1505M V6, RAM : 32GB, OS : Windows10 Pro 64bit であり、一般的な計算環境を用いる。

表-7 計算ケース (学習率の設定値)

手法	学習率 (太字 : 一般的な数値)
信頼領域法	—
RMSprop	<b>0.01</b> , 0.05, 0.08, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0
Adam	<b>0.001</b> , 0.005, 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 1.0, 5.0, 10, 50, 100

### (3) 比較指標および収束条件

比較指標は、A：式(20)から計算されるゾーン別の土地需要量と土地供給量の差分の二乗の総計（以下、残差二乗和という）、B：ゾーン別の土地需要量と土地供給量の差分の二乗の最大値（以下、最大残差二乗という）、C：計算時間、の3種類とする。このうち、A・Bの値が小さければ、土地の需要量と供給量の乖離が小さく、需給均衡状態に近づくため、収束解としてより優良な解と言える。このため、後述の比較の中で、既存適用手法での残差二乗和と計算時間の両方を下回る値となれば、より優良な解を持ち、かつ、計算時間を低減させたケースであることを示す。

式(20)の最小化問題を解く際の収束条件は、最大残差二乗が 40,000 を下回ることとした。これは一ゾーンあたり一世帯の誤差を許容し、かつ、統計情報<sup>16</sup>から、対象圏域における一世帯あたりの平均土地需要量を 200 m<sup>2</sup>と仮定したためである。なお、RMSprop と Adam は繰り返し計算回数の上限を 40,000 回としたが、上述の最大残差二乗 40,000 と関連は無く計算時間の都合上の設定である。

### (4) 結果の比較

比較にあたり、まず、学習率の数値を一般的な設定とした場合の RMSprop および Adam と、信頼領域法を比較する。次に、各学習率における残差二乗和と最大残差二乗の推移を比較する。その上で、収束時点での最大残差二乗および計算時間について、全ケースの比較を行う。

#### a) 信頼領域法と RMSprop・Adam の比較

信頼領域法と RMSprop (lr=0.01)、Adam (lr=0.001) について、残差二乗和と最大残差二乗の時間推移を図-4 に示す。結果として、信頼領域法では収束までに 1,118 分（約 18.5 時間）を要した。一方で、RMSprop と Adam は、一般的な学習率の設定では、繰り返し計算の上限回数内では収束に至らなかった。なお、本検討では 1 期（5 年）の計算を対象としたが、例えば 2 期（10 年）の予測では 2 倍の時間が必要となる。つまり、今回の条件で信頼領域法により 2 期の予測をする場合 37 時間を要することとなり、将来予測期間が長くなるほど計算時間効率化の課題が顕著となる。

以上より、本検討の場合でも、信頼領域法では相当時間を要すること、また、深層学習の手法を用いる場合は、学習率の調整が必要であることを確認した。

#### b) 各ケースにおける残差二乗和・最大残差二乗の推移

学習率各ケースの計算の残差二乗和と最大残差二乗の推移をそれぞれ図-5、図-6 に示す。各ケースとも、一般的な学習率の場合よりも両指標が低く推移する結果となった。RMSprop と Adam を比較すると、RMSprop では学習率を高く設定した場合、減少度合いが限界に達している一方で、Adam では今回の設定の範囲では限界まで達

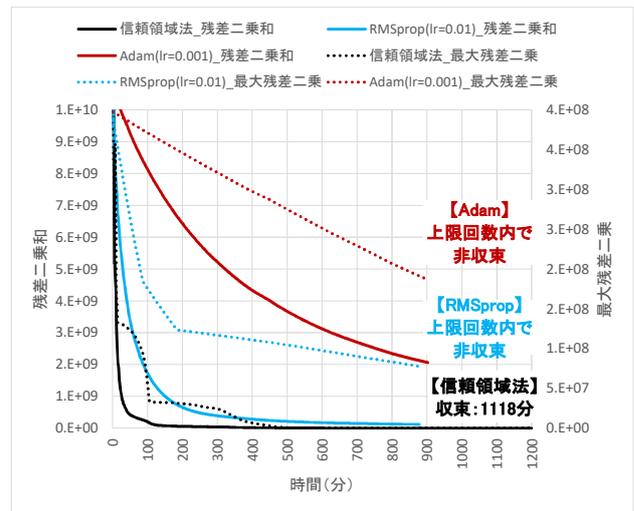


図-4 一般的な学習率の RMSprop・Adam と信頼領域法の比較

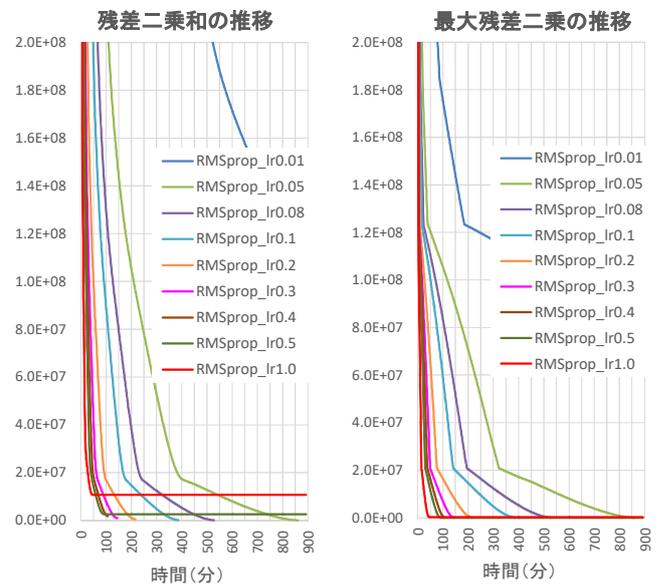


図-5 RMSprop : 各ケースの残差二乗和・最大残差二乗の推移

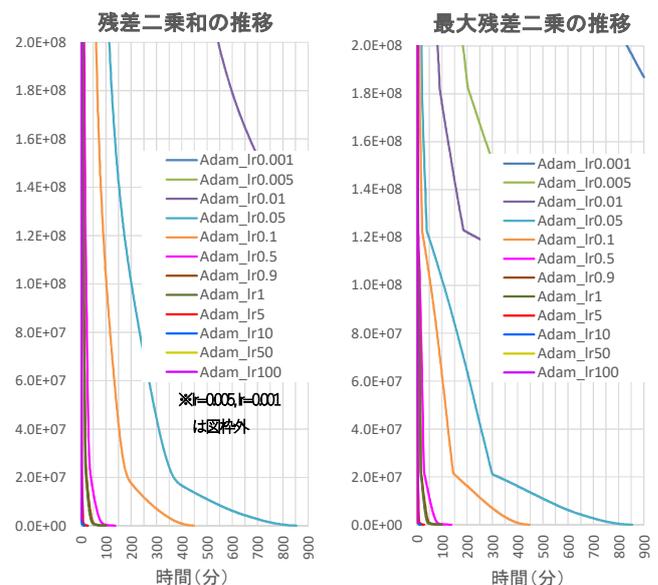


図-6 Adam : 各ケースの残差二乗和・最大残差二乗の推移

することなく収束する結果となった。

### c) 収束時点の残差二乗和・計算時間の比較

最大残差二乗が 40,000 を下回った収束時点での各ケースの残差二乗和および計算時間を図-7 に示す。図-7 では、上限回数で収束に至らなかったケースは空欄としている。これを基に、信頼領域法からの改善状況をまとめたものを表-8 に示す。図表より、RMSprop は lr=0.05, 0.08, 0.1, Adam は lr=0.05, 0.1, 0.5, 0.9, 1.0, 5.0, 10, 100 の全 11 ケースで、残差二乗和・計算時間ともに改善することを確認した。この結果から、RMSprop や Adam において、当初期待した効率的な解の更新がなされていることが推測できる。なかでも、RMSprop は学習率 0.1 が最も速く、計算時間は 386 分（信頼領域法より約 65% 減）となった。同様に、Adam は学習率 100 が最も速く、計算時間は 4 分（同約 99% 減）となった。また、他のケースでは信頼領域法と比べて残差二乗和が改善している一方、学習率 50 で悪化している。これは学習率が高い場合、収束条件近傍でも解が大きく振動し、改善した場合と悪化した場合が混在したと考えられる。

今回の検討では学習率を探索的に決定したが、この方法であっても計算時間効率化には十分寄与していると考ええる。探索にあたり複数回の試行は必要となるが、計算時間効率化に十分寄与する学習率を設定するためには、各学習率による残差二乗和の減少傾向を捉えれば良い。傾向は一定時間の計算を実施してその推移から判断可能で、必ずしも収束時点までの計算を必要としない。このため、複数回の試行に要する時間は、既存適用手法による計算時間と比較すると僅かと言えるため、今回の取り組みは、計算時間効率化という課題に十分対応していると考ええる。無論、最も計算時間が短くなるような学習率を決定するには、探索的な方法では無く、別の方法が必要となる。しかしながら、実務的には必ずしもそれは求められず、計算時間が十分に短くなれば良い。例えば、実務的な目標計算時間が 1 時間であったとすれば、Adam の学習率 5 の設定でも支障は無い。加えて、前述した学習率が高い場合の収束条件近傍での解の振動を問題と見なすのであれば、その影響を避ける意味で、Adam であれば学習率 1~5 の付近が設定の候補値となる。

以上より、学習率の設定によっては、RMSprop や Adam の適用は、立地均衡モデルの計算時間効率化に対して、十分な貢献が期待できると言える。

### d) 収束値の確認

今回新たに実施した深層学習による計算結果が適切な値であるかの確認を行った。具体的には、既存適用手法である信頼領域法による計算結果と、最も計算時間が短い Adam の学習率 100 の計算結果との比較を実施した。

図-8 より、信頼領域法と Adam の計算結果は概ね 1 : 1 の相関関係にあり、同様の値であることを確認した。

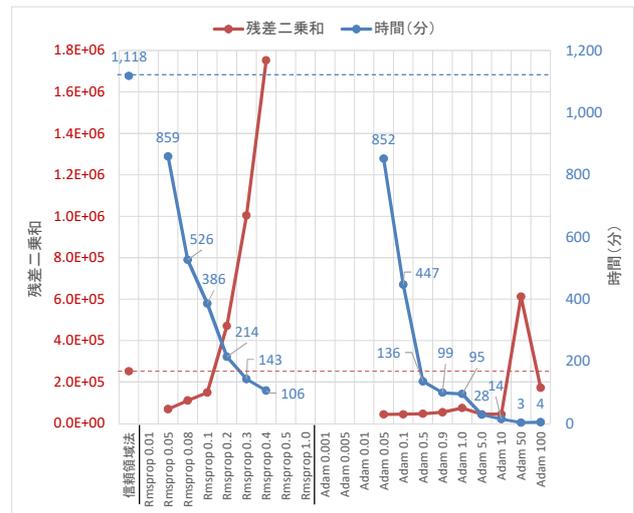


図-7 各ケースの収束時点の残差二乗和・計算時間の比較

表-8 各ケースの残差二乗和・計算時間の改善状況  
：各ケースと信頼領域法との差分

RMSprop 学習率	改善状況		Adam 学習率	改善状況	
	残差二乗和	計算時間(分)		残差二乗和	計算時間(分)
0.01	—	—	0.001	—	—
0.05	-182,328	-259	0.005	—	—
0.08	-140,664	-592	0.01	—	—
0.1	-102,148	-732	0.05	-208,523	-266
0.2	218,402	-904	0.1	-207,762	-671
0.3	752,923	-975	0.5	-205,216	-982
0.4	1,500,923	-1,012	0.9	-198,463	-1,019
0.5	—	—	1.0	-177,642	-1,023
1.0	—	—	5.0	-207,160	-1,090
			10	-207,170	-1,104
			50	360,245	-1,115
			100	-79,326	-1,114

赤字：信頼領域法よりも改善  
青字：信頼領域法よりも悪化  
—：非収束

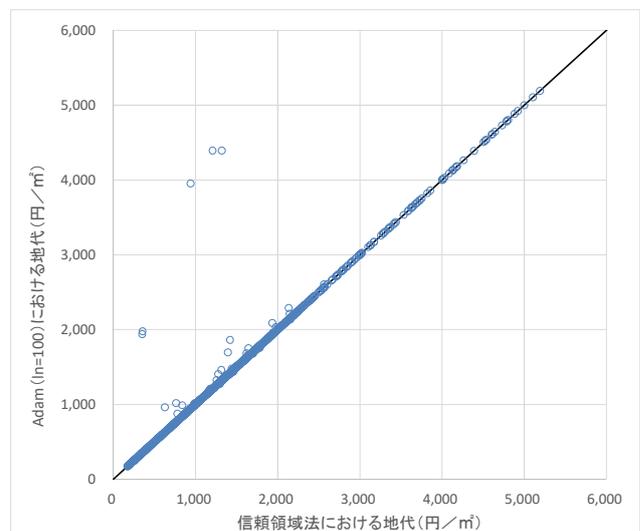


図-8 収束値の比較：信頼領域法とAdam (lr=100)

## 5. おわりに

本稿では、空間を取り扱う経済モデルの計算時間効率化の検討を目的に、杉本ら<sup>5)</sup>のモデルを対象として、最適化手法の比較を行った。その結果、RMSpropやAdamといった深層学習の手法を用いることで、既存適用手法と比較して、学習率の設定により計算時間が効率化され、かつ、より優良な解となることを確認した。本稿の検討は一事例であり一般性については別途確認の必要はあるものの、計算時間が最大で99%短縮するといった成果を得た。これより、経済モデルに対する深層学習の最適化手法の適用可能性を示すことができたと考える。

## 参考文献

- 1) 総務省統計局：平成27年国勢調査人口等基本集計結果, 2016.
- 2) 内閣府：令和元年度年次経済財政報告, 2019.
- 3) 安藤朝夫, 溝上章志：土木計画学における均衡概念と応用一般均衡（AGE）分析, 土木計画学研究・論文集, No.11, pp. 29-40, 1993.
- 4) 小池淳司, 石倉智樹, 堤盛人：特集『土木計画における経済均衡モデル研究の最新動向：応用一般均衡モデルと応用都市経済モデル』, 土木学会論文 D3, Vol.68, No.4, pp.285-290, 2012.
- 5) 杉本達哉, 杉浦聡志, 高木朗義：自動運転車の普及が将来の都市構造へ与える影響の定量的分析：立地均衡モデルの適用, 土木計画学研究発表会・講演集, Vol.60, 2019.
- 6) 堤盛人, 山崎清, 小池淳司, 瀬谷創：応用都市経済モデルの課題と展望, 土木学会論文集D3, Vol.68, No.4, pp.344-357, 2012.
- 7) 鈴木温, 杉木直, 宮本和明：空間的マイクロシミュレーションを用いた都市内人口分布の将来予測, 都市計画論文集, Vol.51, No.3, pp.839-846, 2016.
- 8) 杉本達哉, 神永希, 加藤秀弥, 高森秀司, 佐藤徹治：都市構造のコンパクト化施策の有効性検討のための実用的な都市内人口分布推計モデル, 土木学会論文集D3, Vol.74, No.5, pp.I\_439-I\_451, 2018.
- 9) 林良嗣, 富田安夫：マイクロシミュレーションとランダム効用モデルを応用した世帯のライフサイクル-住宅地-人口属性構成予測モデル, 土木学会論文集, Vol.395, pp.85-94, 1988.
- 10) 上田孝行編著：Excelで学ぶ地域・都市経済分析, コロナ社, 2010.
- 11) 今井一貴, 佐藤徹治：水害リスクを考慮した土地利用施策評価のための将来時系列の人口分布推計モデルの開発, 都市計画論文集, Vol. 50, No. 3, pp. 656-662, 2015.
- 12) 今井一貴, 佐藤徹治, 神永希, 杉本達哉, 高森秀司：ソフト施策による水害リスク軽減対策が将来の都市内人口分布に与える影響分析, 土木学会論文集 D3, Vol. 72, pp. I\_423-I\_434, 2016.
- 13) 矢部博：工学基礎最適化とその応用, 数理工学社, 2006.
- 14) Hinton, G : Neural Networks for Machine Learning Lecture 6a Overview of mini-batch gradient descent, 2012.
- 15) Kingma, D and Ba, J : Adam: A method for stochastic optimization, In ICLR, 2015.
- 16) 総務省統計局：平成30年住宅・土地統計調査, 2019.

(Received October 21, 2020)

(Accepted February 4, 2021)

## COMPARISON OF OPTIMIZATION METHODS AIMED AT REDUCING CALCULATION TIME FOR LOCATION EQUILIBRIUM MODELS

Tatsuya SUGIMOTO, Satoshi SUGIURA and Akiyoshi TAKAGI

As the population declines, it is expected that the scale of activity in the urban will shrink. In such the situation, it is effective to analyze and evaluate using an economic model that can express space in order to consider the development of infrastructure that exists in the urban for a long period of time. On the other hand, in recent years, as changes in the conditions for building the model, there are enhancement of the data environment and complexity of setting. Against this background, the computational load of the model tends to increase, and reducing it is one of the issues. This paper aims to show the improving the calculation time of the economic model that can express the space. We applied RMSprop and Adam, which are used in deep learning, to the optimization calculation of the existing model, and compared the results. As a result, it was verified that RMSprop and Adam contributed sufficiently to the efficiency of calculation time depending on the setting of the learning rate.